

THÈSES

présentées

A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE LYON

pour obtenir

LE TITRE DE DOCTEUR-INGÉNIEUR

par

Roger RICHE

Ingénieur E. C. L.

PREMIÈRE THÈSE

RÉALISATION D'UN RÉGULATEUR NUMÉRIQUE

DEUXIÈME THÈSE

PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ

Soutenues le 7 Avril 1965 devant la Commission d'Examen

MM. MESNARD

Président

ASCH

CLERGUE

}

Examineurs

THÈSES

présentées

A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE LYON

pour obtenir

LE TITRE DE DOCTEUR-INGÉNIEUR

par

Roger RICHE

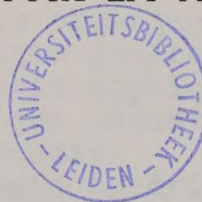
Ingénieur E. C. L.

PREMIÈRE THÈSE

RÉALISATION D'UN RÉGULATEUR NUMÉRIQUE

DEUXIÈME THÈSE

PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ



Soutenues le 7 Avril 1965 devant la Commission d'Examen

MM. MESNARD

Président

ASCH

CLERGUE

}

Examineurs

UNIVERSITE DE LYON

=====

FACULTE DES SCIENCES

=====

Doyens honoraires

MM. LONGCHAMBON, DOUIN, MOUSSA, GAUTHIER Henri.

Professeurs honoraires

MM. LOCQUIN, de LARAMBERGUE, SOLLAUD, MENTZER, MOUSSA, JAFFARD, DOUIN
Henri EYRAUD, DEJARDIN, VIRET.

Doyen

M. BRACONNIER.

Assesseurs

MM. MESNARD, BOIDIN.

Professeurs

MM. LONGCHAMBON	Minéralogie
PRETTRE	Chimie industrielle
COURTY	Chimie-Physique
KUHNER	Botanique
MALECOT	Mécanique rationnelle et appliquée
PARIS	Chimie minérale
AUMERAS	Chimie
COLONGE	Chimie organique
JANIN	Physique générale
FLANDRIN	Géologie appliquée
BERNARD	Physique industrielle
DUFAY Jean	Astronomie
NIGON	Zoologie expérimentale
GAUTHIER Henri	Géologie générale
WAUTIER	Zoologie
CHOPIN	Chimie biologique
CUEILLERON	Chimie
BRACONNIER	Calcul différentiel et intégral
EYRAUD Charles	Chimie-Physique appliquée
SARAZIN	Physique nucléaire
BOIDIN	Microbiologie et Mycologie
PERES	Physiologie
MESNARD	Electronique

MM. GRANDMONTAGNE	Physique
BOUTILLIER	Minéralogie
LAFOUCRIERE	Physique nucléaire théorique
DREUX	Chimie organique
TEICHNER	Chimie industrielle
PAVANS DE CECCATY	Zoologie
MERLIN	Chimie analytique
DUFAY Maurice	Physique de l'atmosphère
LUBET	Physiologie
PHILBERT	Physique nucléaire
COHEN-ADAD	Chimie
DAVID Louis	Géologie générale
CHANEL	Psychophysiologie
MAURY	Méthodes mathématiques de la physique
DEPRAZ	Physique nucléaire
GAUTHIER Jean	Chimie
GAUME	Physique expérimentale

Professeurs sans chaire

MM. FERON	Mathématiques
LAFORGUE	Physique
LEGAY	Zoologie expérimentale S.P.C.N.
UZAN	Physique S.P.C.N.
CHENEVOY	Géologie appliquée
GINET	Zoologie
ASCH	Physique
MICHEL Pierre	Minéralogie
DUCET	Biologie végétale
Mle MAITROT	Physique
MM. GEVIN	Géologie générale
PONASSE	Mathématiques
d'INCAN	Physique
LEFEBVRE	Mathématiques
PERNET	Mathématiques
CHERY	Physique
BERGEON	Physique C.S.U.
Mle. GAUTHERON	Chimie biologique

Maitres de Conférences

Mme. ERICSON	Physique générale
MM. MARTEL	Mécanique
MATHIEU	Mécanique des fluides
ERBEIA	Physique
DESCOTES	Chimie organique
PICARD Philippe	Mathématiques
LEMOIGNE	Botanique
DEMARCO	Géologie générale

Maîtres de Conférences (suite)

MM. MICHEL Georges	Biochimie
LEBRETON	Biologie végétale
DAVID Jean	Biologie animale
TOUSSET	Chimie propédeutique
FEUVRAIS	Physique Electricité
PICARD Claude	Mathématiques
SCHMITT	Physique M.P.C.
LAURENT	Chimie organique
ROT	Mathématiques
BETHOUX	Mathématiques
M ^{le} CALAIS	Mathématiques
GUSAKOW	Physique

Maître de Conférences adjoint

M. PIERRON	Chimie
------------	--------

Conseiller Administratif

M. BURNET

Secrétaire Principal Honoraire

M. ROUX

Je tiens à exprimer ma gratitude à
Monsieur le Professeur G. MESNARD,
Directeur du Laboratoire d'Electronique et de Physique du
solide, et à Monsieur le Professeur ASCH pour l'intérêt
qu'ils ont bien voulu porter à ce travail.

Je remercie M. CLERGUE , sous-directeur de
l'Ecole Centrale Lyonnaise d'avoir accepté de faire partie
du Jury.

TABLE DES MATIERES

=====

1.	<u>LES PRINCIPES DE LA REGULATION</u>	Pages	1 à 6
2.	<u>ORGANISATION DU REGULATEUR NUMERIQUE</u>		
2.1	Eléments constitutifs de la régulation		7 à 8
2.2	Fonction de transfert du régulateur		9 à 13
	Opérations arithmétiques du régulateur		14 à 22
	Organisation générale du régulateur		22 à 25
3.	<u>ELEMENTS CONSTITUTIFS DU REGULATEUR</u>		
3.1	L'horloge		26 à 28
3.2	Le générateur d'impulsions		29 à 31
3.3.	L'affichage de la référence. La conversion parallèle-série		32 à 34
3.4	Les tores magnétiques		35 à 42
3.5	Les circuits logiques à diodes et transistors		43 à 46
3.6.	Le soustracteur mixte. Le soustracteur d'entrée		47 à 55
3.7	La mémoire de gain		56 à 57
3.8	Le totalisateur d'action intégrale		58
3.9	Le diviseur		59 à 60
3.10	Le soustracteur d'action dérivée		61
3.11	Additionneur d'action intégrale et d'action proportionnelle		61
3.12	Additionneur de sortie		61 à 63
3.13	Les limiteurs		64 à 65
3.14	Les alimentations		65 à 66
3.15	Technologie, réalisation du régulateur		66 à 67
4	<u>LE CONVERTISSEUR ANALOGIQUE NUMERIQUE</u>		
4.1	L'organisation du convertisseur		68 à 70
4.2	Le compteur		70 à 71
4.3	Le registre		71 à 73
5	<u>LE CONVERTISSEUR NUMERIQUE ANALOGIQUE</u>		
5.1	Organisation du Convertisseur		74
5.2	Le premier registre à circulation		74 à 75

5.3	Le second registre	75 à 76
5.4	Le Convertisseur numérique analogique (C.N.A)	76 à 83
5.5	Caractéristique expérimentale du Convertisseur	83 à 84
6	<u>LE SERVOMECHANISME</u>	
6.1	Caractéristiques générales	85
6.2	Fonction de transfert du système	85 à 88
6.3	Relevé expérimental de la FT	88 à 93
6.4	Conditions de stabilité - Performances	93 à 97
7	<u>L'ECHANTILLONNAGE DANS LA REGULATION NUMERIQUE</u>	
7.1	Le processus d'échantillonnage par impulsion	98 à 99
7.2	L'échantillonnage par impulsion	99 à 100
7.3	Transformée de Laplace d'une fonction échantil- lonnée	101
7.4	Transformée en Z	101 à 103
7.5	La fonction de transfert échantillonnée	103 à 105
8	<u>LA FONCTION DE TRANSFERT ECHANTILLONNEE D'UNE REGULATION NUMERIQUE</u>	
8.1	Fonction de transfert échantillonnée du régula- teur	106 à 108
8.2	Fonction de transfert échantillonnée du conver- tisseur	108 à 109
8.3	Fonction de transfert d'un système regule numé- riquement	109 à 110
9	<u>STABILITE D'UNE REGULATION NUMERIQUE</u>	111 à 112
10	<u>VERIFICATION EXPERIMENTALE DE LA THEORIE</u>	
10.1	La méthode de vérification	113 à 116
10.2	Fonction de transfert du système à réguler	116 à 117
10.2.1	Fonction de transfert du 1 ordre	117 à 120
10.2.2	Fonction de transfert des ordres élevés	120 à 124
10.3	Fonction de transfert échantillonnée en boucle ouverte	
10.3.1	Fonction de transfert du convertisseur numé- rique analogique et du système	125 à 126

10.3.2 Fonction de transfert en boucle ouverte	127
10.3.3 Première vérification	127 à 128
10.3.4 Deuxième vérification	128
10.4 CONCLUSION	

INTRODUCTION

On rencontre dans le traitement de l'information, des méthodes qui représentent celle-ci par une grandeur continue et d'autres qui la représentent par des quantités discrètes.

Les avantages et inconvénients des unes et des autres leur ont attribué des domaines de prédilection.

L'objet du présent travail est de contribuer à l'application des secondes dans un domaine presque réservé aux premières, celui des servo-mécanismes.

On y examine successivement, en fonction de ce problème particulier :

- Les qualités nécessaires à la représentation de l'information
- L'étude théorique et technologique d'un appareil à traiter l'information.
- Les liaisons avec les servo-mécanismes.
- Un exemple d'application.
- Une méthode d'analyse du comportement des servo-mécanismes dans lesquels l'information est discrète.
- Une vérification expérimentale.

On a laissé partiellement de côté les problèmes technologiques qui peuvent recevoir bien d'autres solutions, pour essayer de dégager les notions générales qui, peut-être, pourraient conduire à des réalisations pratiques.

C'est la grâce que nous souhaitons à cette étude.

1. LES PRINCIPES DE LA REGULATION

- 1.1. Les problèmes de la régulation, sous leur forme la plus générale, peuvent être considérés de la façon suivante :

Soit un système matériel S (fig.1) soumis à des grandeurs dites de perturbation $P_1, P_2, \dots, P_n$, et à des grandeurs dites de réglage $R_1, R_2, \dots, R_n$, il en résulte des grandeurs caractérisant son état, dites grandeurs réglées, $M_1, M_2, \dots, M_n$,

Ces grandeurs sont liées entre elles par des relations de la forme :

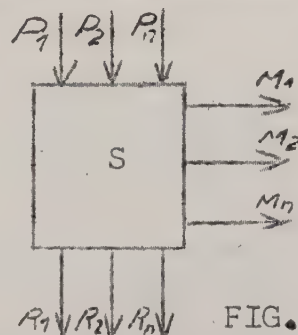


FIG.1

$$M_1 = f_1 (P_1, P_2, \dots, P_n, R_1, R_2, \dots, R_n, t) \quad (1)$$

$$M_2 = f_2 (P_1, P_2, \dots, P_n, R_1, R_2, \dots, R_n, t) \quad (2)$$

$$M_n = f_n (P_1, P_2, \dots, P_n, R_1, R_2, \dots, R_n, t) \quad (n)$$

Les grandeurs de perturbation et de réglage interviennent dans les fonctions $f_1, f_2, \dots, f_n$, directement et par l'intermédiaire de leurs dérivées successives par rapport au temps t .

Le but de la régulation est de maintenir $M_1, M_2, \dots, M_n$, constants, indépendamment de $P_1, P_2, \dots, P_n$, en agissant sur $R_1, R_2, \dots, R_n$.

Il faut donc disposer d'un appareillage qui mesure $P_1, P_2, \dots, P_n, R_1, R_2, \dots, R_n, M_1, M_2, \dots, M_n$, résout le système d'équations précédent avec $M_1, M_2, \dots, M_n$ constantes et impose à $R_1, R_2, \dots, R_n$, les valeurs calculées.

La réalisation technique se heurte à de grandes difficultés du fait que les équations dynamiques des systèmes sont la plupart du temps mal connues, issues d'extrapolation, ou obtenues à posteriori.

D'autre part, un incident sur l'organe unique de calcul entraîne le dérèglement total du système réglé, ce qui peut être catastrophique pour de grands ensembles industriels ou militaires.

Dans la plupart des cas, on résoud séparément chaque équation (n) et on simplifie le problème, en tenant compte, dans la relation $M_n = f_n(P_1, P_2, \dots, P_n, R_1, R_2, \dots, R_n, t)$ que des grandeurs influençant le plus M_n . On admet une relation linéaire entre la perturbation principale P_p et la grandeur de réglage principale R_p .

$$M_n = aP_p + bR_p + c$$

M_n devant rester constant, on a donc :

$$aP_p + bR_p + d = 0$$

Cette relation étant une approximation, il s'ensuit que si on la réalise, M_n sera plus ou moins perturbé, suivant l'importance de l'erreur faite dans l'approximation, c'est à-dire suivant l'influence des perturbations secondaires.

Pour que M_n reste rigoureusement constant, on ajoute au système précédent une régulation en boucle fermée.

1.2. Régulation en boucle fermée

Le système décrit ci-dessus a pour rôle de minimiser l'influence de P_p , il réalise ce qu'on appelle parfois la régulation en boucle directe.

Elle laisse subsister une perturbation plus petite, que nous appellerons ΔP_p , résultant de P_p et de l'action correctrice de R_p .

La régulation en boucle fermée intervient pour corriger les variations résultantes de M_n , en agissant également sur R_p . En ne considérant que les petites variations des différentes grandeurs autour de leur valeur moyenne, on peut admettre que toutes les relations sont linéaires et qu'il y a proportionnalité des effets aux causes.

Soit $f_0(\Delta P_p, t)$ la relation linéaire, fonction du temps liant M_n à ΔP_p : $M_n = f_0(\Delta P_p, t)$...

On écrit de même :

$$\begin{aligned} M_n &= f_1(P_1, t) \\ M_n &= f_n(P_n, t) \\ M_n &= g(R_p, t) \end{aligned}$$

La variation totale de M_n a pour valeur

$$M_n = f_0 + f_1 + \dots + f_n + g$$

On introduit l'appareil appelé régulateur (fig 2) qui compare la grandeur M_n à une grandeur témoin de même nature appelée référence. Soit $\mathcal{E}$ l'écart mesure référence.

A partir de $\mathcal{E}$ le régulateur élabore un signal, fonction de $\mathcal{E}$ et du temps, qui commande

$$R_p = h(\mathcal{E}, t)$$

Si l'on remplace, $f_0, f_1, \dots, f_n, g, h$, par leurs transformées de Laplace.

$F_0, F_1, \dots, F_n, G, H$

on a :

$$M_n(p) = F_0(p) \Delta P_p + F_1(p) P_1 + \dots + F_n(p) P_n + G(p) R_p$$

De même $R_p = H(p)$

On démontre que l'on a :

$$\mathcal{E} = \frac{F_0 P_p + F_1 P_1 + \dots + F_n P_n}{1 + HG}$$

Si le module de H peut prendre une valeur très élevée, on a sensiblement $\mathcal{E} = 0$. Mais l'étude des systèmes en boucle fermées montre que l'on ne peut dépasser certaines valeurs du module de H , sous peine d'obtenir des oscillations de pompage. Une valeur critique correspond à : $1 + HG = 0$.

Il existe différents moyens pour limiter l'apparition de ces oscillations. Les plus efficaces sont l'action intégrale et l'action dérivée ou avance de phase. Tous les régulateurs possèdent ces actions ou des actions analogues.

L'action intégrale qui a pour effet, d'augmenter le gain dans les fréquences basses, a pour fonction de transfert

$$1 + \frac{1}{\tau_2 p}$$

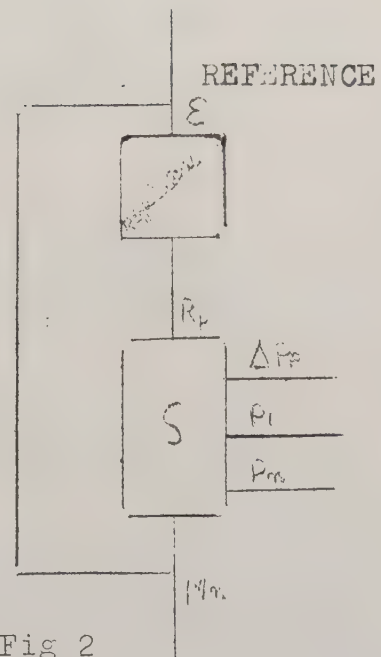


Fig 2

τ_2 étant la constante de temps d'action intégrale.

L'action dérivée a pour effet principal d'avancer la phase dans les fréquences élevées. Sa fonction de transfert est

$$1 + \tau_1 p$$

τ_1 étant la constante de temps d'action dérivés
La fonction de transfert de régulateur possédant les deux actions s'écrit donc :

$$H = K (1 + \tau_1 p) (1 + \frac{1}{\tau_2 p})$$

τ_1 étant beaucoup plus faible que τ_2 , dans les applications aux systèmes réels, on a sensiblement

$$H = K (1 + \tau_1 p + \frac{1}{\tau_2 p})$$

ou, en temporel, si $S(t)$ désigne le signal de sortie du régulateur en fonction du temps :

$$S(t) = K \left(\xi + \frac{\tau_1 d\xi}{dt} + \frac{1}{\tau_2} \int \xi dt \right)$$

1.3. REGULATIONS ANALOGIQUES

1.3.1. REGULATION ANALOGIQUE PAR CALCULATEUR UNIQUE

Il existe peu d'exemples de régulations de ce type, et trop récents pour préjuger de leur valeur. En France, deux centrales thermiques sont ainsi équipées.

1.3.2. REGULATIONS SIMPLIFIEES ANALOGIQUES EN BOUCLE FERMEE

Elles sont innombrables et déjà anciennes.

Essentiellement pneumatiques en génie chimique, centrales, raffineries, pour des questions de sécurité, on voit apparaître de nombreux essais, dans ces domaines, de régulations électroniques qui apportent des commodités pour le calcul et aussi pour la transmission à distance des signaux.

Electriques et électroniques dans les servo-mécanismes mécaniques et électro-mécaniques (machines tournantes, fusées pilotage automatique d'avion) il y a là des matériels bien au point, capables de résoudre un très grand nombre de problèmes.

Les systèmes analogiques ont comme inconvénient d'être

sensibles aux variations de caractéristiques des circuits sous l'effet du vieillissement et de la température, ce qui entraîne lorsqu'on désire de bonnes performances de nombreuses précautions technologiques.

1.4. REGULATIONS NUMERIQUES

1.4.1. REGULATION NUMERIQUE PAR CALCULATEUR UNIQUE

Il existe un certain nombre d'exemples de régulation à partir d'un calculateur numérique, tels que :

- fabrication de l'acier à l'oxygène
- commande de centrale électrique thermique
- commande de centrale électrique nucléaire
- chaîne de fabrication de papier

Il convient cependant de noter que ces calculateurs, à cause de leur complexité et de leur fragilité, ne sont jamais utilisés pour agir directement sur les grandeurs de réglage, mais seulement pour modifier les points de consigne de régulations analogiques simplifiées. En cas d'incident sur le calculateur, le système peut continuer à fonctionner avec les régulations simplifiées.

Le calculateur numérique avec sa grande puissance de calcul, permet l'optimisation, c'est-à-dire, permet d'agir sur les grandeurs de réglage de façon à donner à M_1 , M_2 , ..., M_n des valeurs optimales par rapport à des contraintes données (Meilleure qualité possible, prix de revient le plus bas etc)

Lorsque les équations dynamiques du système ne sont pas connues on peut faire l'optimisation dite par "balayage".

Ce procédé consiste à faire varier successivement les différentes grandeurs de réglage et à ne conserver que les variations qui tendent vers l'optimum.

1.4.2. REGULATION SIMPLIFIEE NUMERIQUE EN BOUCLE FERMEE

Il semble qu'il n'existe pas sur le marché de tels systèmes.

Beaucoup de constructeurs estiment que c'est là une solution valable mais encore lointaine. La complexité des techniques binaires, moins évidentes que les solutions analogiques, fait réserver ces techniques aux grands ensembles de calcul.

Cependant les techniques numériques permettent une précision théoriquement illimitée dans la transmission de

l'information et le calcul, et l'indépendance vis-à-vis des perturbations, des dérives, des vieillissements.

Les organes de calcul sont peut-être plus nombreux qu'en techniques analogiques, mais beaucoup plus simples et presque tous identiques (bascules).

Du point de vue prix de revient, la banalisation des éléments de calcul doit permettre d'égaliser les systèmes analogiques.

L'étude qui suit, consiste en la détermination et la réalisation d'une telle régulation. Elle a été faite pour vérifier ce que l'on pouvait attendre d'un tel système.

2. ORGANISATION D'UNE REGULATION NUMERIQUE

2.1. LES ELEMENTS CONSTITUTIFS

L'ensemble de la régulation comporte trois fonctions principales :

- Une fonction de mesure des grandeurs
- Une fonction de calcul
- Une fonction d'action au moyen de servo-moteurs.

La mesure d'une grandeur est spécifique de celle-ci ; d'autre part, on doit en général la mesurer dans le système à contrôler, alors que le régulateur peut être à une grande distance du système, dans une salle de contrôle aménagée à cet effet.

Il y a donc intérêt à spécialiser un appareil, que l'on pourrait appeler "transducteur", dans la mesure d'un type de grandeur (débit, pression, température, vitesse). Cet appareil fera une conversion analogique numérique. Le signal qu'il émettra pourra être sous forme binaire, naturel ou réfléchi, série ou parallèle.

Le calculateur ou régulateur proprement dit doit être utilisable quel que soit la grandeur mesurée ou réglée. Il recevra un signal standard des transducteurs et enverra un signal standard sur le servo-moteur.

Il comportera une référence ou point de consigne affichable numériquement, un réglage de gain, de l'action intégrale, de l'action dérivée.

Le servo-moteur est spécifique de la grandeur à régler et pour les mêmes raisons que dans le cas du "transducteur" il doit se trouver près du système à régler. On le spécialisera. Il recevra un signal binaire standard du régulateur et le convertira en un signal analogique approprié au système à régler.

2.2. L'ORGANISATION DU REGULATEUR

2.2.1. NATURE DU SIGNAL PORTANT L'INFORMATION

Nous utiliserons le code binaire naturel qui est directement utilisable dans le calcul. Etant donné que

l'appareil n'est pas destiné à fournir des résultats à des individus, il n'y a aucune raison d'employer un code décimal.

Le transducteur pouvant se trouver loin du calculateur, pour réduire au maximum le nombre de liaisons, il y a intérêt à utiliser un code série qui se contente de deux conducteurs.

On pourrait caractériser aussi une quantité par un nombre d'impulsions dans un intervalle de temps donné. Mais, si l'on veut une bonne définition et des mesures suffisamment fréquentes pour suivre toutes les variations de la grandeur, la bande passante nécessaire serait trop large.

Soit, par exemple, à transmettre un nombre compris entre 0 et 1000, 10 fois par seconde. La bande passante minimum est 10 Kcs, ce qui est trop élevé pour des transmissions par câble assez long (quelques centaines de mètres). On aboutirait aux mêmes conclusions pour la commande des servo-moteurs.

De plus, le calcul proprement dit demande moins d'éléments dans le calcul série que dans le calcul parallèle, puisque chaque organe de calcul (additionneur, soustracteur) sert pour chacun des "digits" successifs.

Dans une régulation analogique, l'information est transmise à chaque instant, en permanence.

Dans une transmission numérique série, le signal parvient par "paquets" successifs. Il faut que la fréquence des "paquets" soit suffisamment élevée vis à vis de la fréquence de coupure fc du système à régler. Cette notion sera reprise plus loin.

Les calculs à effectuer sont analogues quel que soit le système à régler ; ce qui change, c'est l'échelle des temps, ce qu'on pourrait appeler "l'unité de temps".

On pourra grouper les systèmes à régler en 2 ou 3 grandes catégories différant par leur unité de temps et par conséquent, par la fréquence des signaux d'information.

En conclusion, nous utiliserons le code binaire naturel série avec une fréquence de transmission spécifique de système à régler

2.2.2. FONCTION DE TRANSFERT DU REGULATEUR

Le régulateur fournit un signal de sortie S lié au signal d'entrée E par la relation

$$S = gE + gZ_1 \frac{dE}{dt} + g \frac{1}{\tau_2} \int E dt$$

avec $E = E - R$

R étant la référence ou point de consigne, S et E étant exprimés en binaire naturel série.

Dans le calcul numérique, on remplace dt par Δt qui est l'intervalle de temps séparant deux mesures successives, et dE par ΔE , accroissement de E pendant Δt . On réalisera le régulateur de façon que $g = 2^n$

$$Z_1 = 2^a \Delta t$$

$$\tau_2 = 2^b \Delta t$$

n, a, b, étant des entiers positifs.

Nous appellerons Δt , la durée du cycle.

DETERMINATION DE Δt , g, Z_1 , τ_2 .

Ces paramètres doivent être réglables, de façon à s'adapter au mieux au système à régler, mais leurs valeurs extrêmes sont fonction des performances que l'on attend du régulateur.

2.2.2.1. PERFORMANCES à FREQUENCE BASSE ou NULLE

Le régulateur doit pouvoir maintenir la grandeur réglée constante à 1 % près de 25 % à 100 % de l'échelle de cette grandeur et en régime permanent.

Si l'on exprime la grandeur réglée par un nombre compris entre zéro et 100, la grandeur ne doit pas varier de plus de 0,25 (I)

Il faut également définir la perturbation maximum que peut subir le système à régler. On admettra que celle-ci se traduit au maximum par une variation de 25 de la grandeur à régler, en boucle ouverte (2).

Soit F (p) la fonction de transfert du système à régler et P (p) la perturbation.

Soit KH (p) la fonction de transfert du régulateur et S (p) la grandeur réglée.

On a, en boucle ouverte, $S(p) = F(p) \cdot x P(p)$

et, en boucle fermée

$$S(p) = \frac{F(p) \cdot x P(p)}{1 + KH(p) F(p)}$$

Si le système à régler est tel que l'emploi de la correction intégrale est possible, le module de $KH(p)$ tend vers l'infini aux fréquences basses, tandis que $S(p)$ tend vers 0 quelque soit $P(p)$. La condition 1 est donc remplie.

Dans le cas où la correction intégrale est inutilisable appelons K' le module à fréquence basse ou nulle de la fonction $KH(p)$. L'action dérivée étant négligeable K' est le gain du régulateur à fréquence basse ou nulle

$$\text{On a alors : } S(p) = \frac{F(p) \cdot x P(p)}{1 + K' F(p)}$$

K' étant grand vis à vis de 1, on voit que l'effet de la perturbation est divisé par K' . Pour obtenir la performance (1) avec la condition (2), il faut donc $K' \gg 100$

2.2.2.2. PERFORMANCES à FREQUENCE ELEVEE

Soit un système matériel de fonction de transfert

$$F(p) = \frac{N(p)}{D(p)}$$

Dans un système matériel, l'ordre de $D(p)$ est supérieur à celui de $N(p)$; le module de la fonction de transfert décroît quand la fréquence croît.

$N(p)$ et $P(p)$ sont pratiquement toujours des produits de fonctions de la forme $K_1(1 + \tau_1 p)$ ou $K_2(1 + \tau_1 p + \tau_2^2 p^2)$

Appelons ω_1 la fréquence pour laquelle dans la représentation asymptotique (voir l'exemple de la fig.3) l'asymptote de pente 0 coupe l'asymptote de pente -1 et ω_2 la fréquence pour laquelle l'asymptote de pente -1 coupe l'asymptote de pente -2

D'après (2) la perturbation maximum ne peut dépasser 25. Si cette perturbation est suffisamment rapide, l'affaiblissement apporté par le système sera tel que la grandeur réglée ne variera pas de plus de 0,25. Pour cela, il faut que le système atténue d'au moins 100 fois la fréquence fondamentale ω_F de la perturbation

1er cas :

$$100\omega \frac{\pi}{2} < \omega \pi$$

La condition est réalisée si $\omega F \gg 100\omega \frac{\pi}{2}$

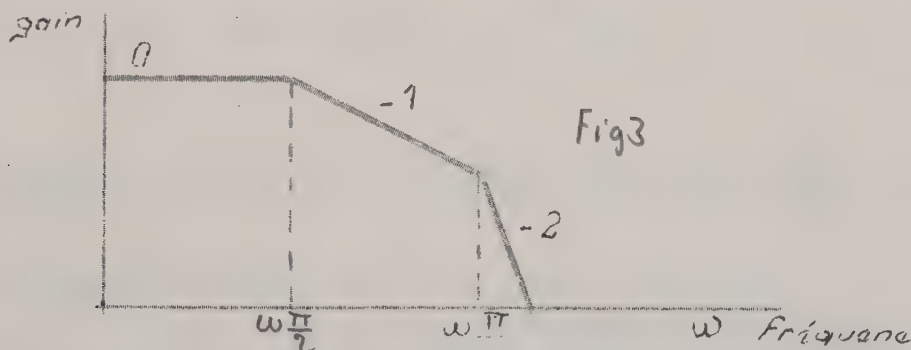
2ème cas :

$$100\omega \frac{\pi}{2} > \omega \pi$$

La condition est réalisée pour $\omega F \gg 10\omega \pi$

Dans les deux cas, toute perturbation de fondamentale supérieure à ωF se traduira par une variation de la grandeur réglée correspondant à la précision désirée.

Si l'on appelle ω_c la fréquence qui est égale à $100\omega \frac{\pi}{2}$ dans le premier cas et $10\omega \pi$ dans le deuxième cas, on peut conclure qu'il est inutile de transmettre, dans la mesure de la grandeur réglée, des fréquences supérieures à ω_c (3)



2.2.2.3. DETERMINATION DE Δt

Dans le régulateur numérique, le fait de transmettre l'information tous les intervalles de temps égaux à Δt signifie que pour une fréquence supérieure à $\frac{1}{\Delta t}$

le signal transmis est nul, ce qui correspond à une atténuation infinie.

D'après la conclusion (3) on pourra donc prendre, en première approximation $\Delta t = \frac{1}{\omega_c}$. Ce point important sera repris à la fin de cette étude d'une manière plus complète.

2.2.2.4 DETERMINATION DU GAIN "g"

D'après les remarques (1) et (2) du paragraphe 2.2.2.1 il suffit pour obtenir les performances voulues de prendre $g \gg 100$. On prendra g réglable de 1 à 2^7 (128) par puissance successive de 2.

2.2.2.5. DETERMINATION DE Z_1

La condition mathématique (Critère de Nyquist) pour qu'un système asservi soit stable s'exprime ainsi :

"Le système est stable si, en boucle ouverte avec un déphasage arrière de π , le gain est ≤ 1 "

Mais pour des valeurs de déphasage et du gain remplissant ces conditions, le système peut-être plus ou moins stable. Les oscillations de pompage, tout en étant amorties peuvent durer plus ou moins longtemps et le temps pendant lequel la grandeur réglée sort des tolérances désirées être excessif.

On démontre que pour une perturbation égale à l'échelon unitaire, le régime transitoire est le plus court lorsque, pour un gain en boucle ouverte égal à 1, le déphasage arrière est de 135° . On dit que l'on a une marge de phase de " 45° " (4)

L'effet de l'action dérivée est d'introduire une avance de phase, qui tend vers $\pi/2$ pour les fréquences infinies et vaut $\pi/4$ pour $\frac{1}{\tau_1}$

Pour être instable en boucle fermée, le système doit avoir pour certaines fréquences un déphasage supérieur à π .

Il doit donc être, pour certaines fréquences, au moins du troisième ordre.

Le troisième ordre peut se présenter de deux façons différentes :

1er cas

$$\frac{1}{(1 + \tau_{ap}) (1 + \tau_{fp} + \tau_b^2 p^2)} \quad \tau_a > \tau_b$$

Le déphasage arrière atteint π pour une fréquence $\frac{1}{\tau_b}$. Pour respecter la condition (4) il faut donc que τ_1 constante de temps d'action dérivée, soit égale à τ_b . On remarquera que τ_b est identique à τ_{π} du paragraphe 112, d'où $\tau_1 = \tau_{\pi}$

2ème cas

$$\frac{1}{(1 + \tau_{ap}) (1 + \tau_{bp}) (1 + \tau_{cp})} \quad \text{ou} \quad \frac{1}{(1 + \tau_{fp} + \tau_b^2 p^2) (1 + \tau_a)}$$

$$\tau_c > \tau_b > \tau_a$$

Le déphasage arrière est $< \frac{3\pi}{4}$ pour une fréquence $\omega = \frac{1}{\tau_b}$

On remarquera que τ_b est égal à τ_{π} du paragraphe 112.

Donc : $\tau_1 < \tau_b$, mais $\Delta t = \frac{1}{\omega_c}$ et $\omega_c \gg 10\omega_{\pi}$
d'où : $10 \Delta t \gg \tau_1 \gg \Delta t$

on prendra $2^4 \Delta t \gg \tau_1 \gg \Delta t$

2.2.2.6. DETERMINATION DE τ_2

L'effet de l'action intégrale est d'augmenter le gain du système dans les fréquences basses, sans le modifier dans les fréquences élevées où l'on risque de créer l'instabilité.

L'inconvénient de l'action intégrale est d'apporter un déphasage arrière de $\frac{\pi}{4}$ aux fréquences élevées (beaucoup plus élevées que $\frac{1}{\tau_2}$) et un déphasage arrière de $\frac{\pi}{4}$ à la fréquence $\frac{1}{\tau_2}$.

Pour conserver la marge de stabilité de $\frac{\pi}{4}$, il s'ensuit donc que dans tous les cas $\tau_2 > \tau_{\pi}$

A la fréquence $\frac{\omega_{\pi}}{2}$, le déphasage arrière est $\frac{\pi}{4}$

On peut donc sans inconvénient avoir dans tous les cas $\tau_2 < \tau_{\frac{\pi}{2}}$

$$\tau_{\frac{\pi}{2}} > \tau_2 > \tau_{\pi}$$

Si le système à régler est tel qu'il soit stable, même avec le gain qui permet d'obtenir les performances demandées, à savoir $\pm 0,5\%$ de 25 à 100 de l'échelle, il est évident qu'on n'aura pas besoin dans ce cas d'action intégrale.

Ceci peut se produire si $100 \tau_{\pi} \leq \tau_{\frac{\pi}{2}}$

En effet, si l'on a en boucle ouverte, un gain de 100 pour $\omega = \frac{1}{\tau_{\frac{\pi}{2}}}$ à la fréquence $\frac{1}{\tau_{\pi}}$ le gain ne sera plus que de 1 et le déphasage au maximum de 180° .

(Cas de $\frac{1}{(1 + \tau_{\frac{\pi}{2}} p)(1 + \tau_p + \tau_{\pi}^2 p^2)}$)

Dans ce cas limite, ω_c , fréquence de coupure, est égale à $100 \omega_{\frac{\pi}{2}}$

Il s'ensuit donc qu'au maximum $U_2 = 100 \Delta t$.

Comme $U_2 \gg U_1$ et $U_2 \gg 10 \Delta t$, on a :

$$100 \Delta t \gg U_2 \gg 10 \Delta t.$$

On prendra : $2^7 \Delta t \gg U_2 \gg 2^3 \Delta t$.

2.2.3. LES OPERATIONS ARITHMETIQUES DANS LE REGULATEUR

Le soustracteur d'entrée (comparateur) effectue l'opération $\xi = R - M + 2$, $2 - M$ est le complément à 2 de M .

Lorsque $|M| > |R|$ on peut écrire

$$\xi = R - M + 2 = 2 - (M - R) \quad \xi < 0$$

$$|M| - |R| = |\xi|$$

Le soustracteur fournit donc le complément à 2 de $|\xi|$.

Soit ξ_n la valeur de ξ à la même séquence de calcul.

Le soustracteur d'action dérivée effectue l'opération $\xi_n - \xi_{(n-1)}$.

On peut considérer six cas :

$$\begin{aligned} a) \quad \xi_n \text{ et } \xi_{n-1} > 0 \quad |\xi_n| > |\xi_{n-1}| \quad \Delta \xi > 0 \\ b) \quad \xi_n \text{ et } \xi_{n-1} > 0 \quad |\xi_n| < |\xi_{n-1}| \quad \Delta \xi < 0 \end{aligned}$$

D'après ce qui a été vu ci-dessus, il apparaît le complément à 2 de $|\Delta \xi|$.

$$c) \quad \xi_n \text{ et } \xi_{n-1} < 0 \quad |\xi_n| > |\xi_{n-1}| \quad \Delta \xi < 0$$

Le comparateur fournit dans ce cas le complément à 2 de $|\xi_n|$ et de $|\xi_{n-1}|$. Le soustracteur d'action dérivée effectue l'opération :

$$\begin{aligned} 2 - (|\xi_n| + 2 - (2 - |\xi_{n-1}|)) &= |\xi_{n-1}| + 2 - |\xi_n| \\ &= 2 - (|\xi_n| - |\xi_{n-1}|) \\ &= 2 - |\Delta \xi| \end{aligned}$$

Il apparaît le complément à 2 de la valeur absolue de l'écart.

$$d) \quad \xi_n \text{ et } \xi_{n-1} < 0 \quad |\xi_n| < |\xi_{n-1}| \quad \Delta \xi > 0$$

$$2 - |\xi_n| + 2 - (2 - |\xi_{n-1}|) = |\xi_{n-1}| + 2 - |\xi_n|$$

Le deuxième membre de cette relation est égal à la valeur absolue de $\Delta \xi$.

$$e) \quad \xi_n > 0 \quad \xi_{n-1} < 0$$

On a dans le soustracteur

$$|\xi_n| + 2 - (2 - |\xi_{n-1}|) = |\xi_n| + |\xi_{n-1}| \text{ ce qui est la valeur absolue de l'écart.}$$

$$f) \quad \xi_n < 0 \quad \xi_{n-1} > 0$$

$2 - |\xi_n| + 2 - |\xi_n - 1| = 2 - (|\xi_n| + |\xi_n - 1|)$ ce qui est le complément à 2 de la valeur absolue de l'écart.

En résumé, le comparateur d'entrée et le soustracteur d'action dérivée fournissent des nombres caractérisés par leur valeur absolue lorsqu'ils sont positifs, et par le complément à deux de leur valeur absolue lorsqu'ils sont négatifs.

Le calculateur est organisé de façon que les différents calculs s'effectuent instantanément, dès l'apparition de chaque bit du signal.

On ne connaît donc le signe de ξ et de $\Delta\xi$ que lorsque tous les digits du signal ont été traités, et il est alors trop tard pour intervenir sur l'organisation du calculateur (par exemple transformation d'un additionneur en soustracteur).

Il faut donc trouver une organisation qui permette de traiter aussi bien les nombres positifs que les nombres négatifs. Ceci peut être réalisé en admettant, dans le fonctionnement de l'appareil, un certain nombre de limitations.

2.2.3.1. LES LIMITATIONS

Première limitation

Soit n le nombre de digits du signal traité.

Supposons que le signal de sortie du régulateur comporte n bits. On admettra que "le signal de sortie est un nombre plus grand que 0 et inférieur à 2^n ".

Ceci ne présente pas d'inconvénient toutes les fois que la grandeur réglante peut varier de 0 à un maximum fini. Lorsque la grandeur réglante doit avoir des valeurs positives et négatives (cas de l'excitation d'un WARD LEONARD à 2 sens de rotation, il sera nécessaire d'introduire soit dans le convertisseur numérique analogique, soit dans l'organe de réglage, un décalage.

Ce décalage pourra être tel que la correction apportée par la régulation soit nulle lorsque le régulateur fournit un signal égal à la moitié de son signal maximum.

La correction sera alors négative pour un signal plus faible du régulateur et positive pour un signal plus fort.

Deuxième limitation

On admettra que l'action intégrale $\frac{1}{\tau_2} \int \xi dt$ est toujours positive.

La fonction de transfert du régulateur est $g \left(\xi + \frac{\tau_1}{\tau_2} \frac{d\xi}{dt} + \frac{1}{\tau_2} \int \xi dt \right)$

Si le régulateur est appliqué à un système de fonction de transfert $F(p)$ la fonction de transfert de l'ensemble en boucle fermée devient :

$$\frac{g \left(1 + \tau_1 p + \frac{1}{\tau_2 p} \right) F(p)}{1 + g \left(1 + \tau_1 p + \frac{1}{\tau_2 p} \right) F(p)}$$

Lorsque le système est en équilibre stable, c'est-à-dire lorsque $p \rightarrow 0$ le numérateur et le dénominateur tendent vers leur infiniment grand principal, soit :

$$\frac{\frac{1}{\tau_2 p} F(p)}{\frac{1}{\tau_2 p} F(p)} \rightarrow 1 ;$$

donc à l'équilibre, la fonction de transfert est égale à l'unité et l'écart mesure - consigne est nul. Le signal de sortie du régulateur provient uniquement du terme $\frac{1}{\tau_2} \int \xi dt$.

D'après 2.2.3.1. ce signal étant positif, il s'ensuit que $\frac{1}{\tau_2} \int \xi dt$ est positif. Lorsqu'apparaît une perturbation les effets de l'action proportionnelle $g\xi$ et dérivée $\frac{\tau_1 d\xi}{dt}$ viennent s'ajouter algébriquement à l'action intégrale.

Troisième limitation

On admettra que la somme algébrique de l'action proportionnelle et de l'action intégrale est positive.

Cette contrainte, dans son application pratique a peu d'inconvénient.

Il peut arriver que $\frac{1}{\tau_2} \int \xi dt + \xi$ soit négatif et que, comme indiqué en 2.2.3.1. $\frac{1}{\tau_2} \int \xi dt + \xi + \frac{\tau_1 d\xi}{dt}$ soit positif.

Mais $\frac{1}{\sqrt{2}} \frac{d\xi}{dt}$ a en général une valeur faible vis à vis de ξ et de $\frac{1}{\sqrt{2}} \int \xi dt$; par conséquent en admettant que $\frac{1}{\sqrt{2}} \int \xi dt + \xi$ est positif, l'erreur introduite est faible.

2.2.3.2.

UTILISATION DES LIMITATIONS

L'organisation du régulateur est représentée par le schéma 1 (à la fin de la thèse).

Le soustracteur d'entrée élabore l'écart $R - M = \xi$

Le soustracteur d'action dérivée élabore $\xi_n - \xi_{n-1} = \Delta \xi_n$

L'écart ξ est totalisé avec la mémoire d'action intégrale.

Le contenu de la mémoire d'action intégrale (toujours positif) est divisé par $\sqrt{2}$ puis additionné avec ξ pour former

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \int \xi dt + \xi \quad (1)$$

(1) est toujours positif

Enfin $\Delta \xi$ multiplié par $\sqrt{2}$, est ajouté à (1)

On constate que ξ et $\Delta \xi$, nombres positifs ou négatifs, sont toujours additionnés avec des nombres positifs

Examinons cette opération.

Soit à ajouter un nombre "a" positif ou négatif à un nombre "b" positif et inférieur à 2^n

En fonctionnement normal de l'appareil, la somme S doit aussi être positive et inférieure à 2^n

On a donc les conditions suivantes :

$$\begin{aligned} a &> 0 \text{ ou } < 0 \\ 0 &< b < 2^n \\ 0 &< a + b < 2^n \end{aligned} \quad (2)$$

Le nombre incident "a" à même expression binaire que le nombre "a'" avec $a' = -|a'| = 2^n - a = |a'|$

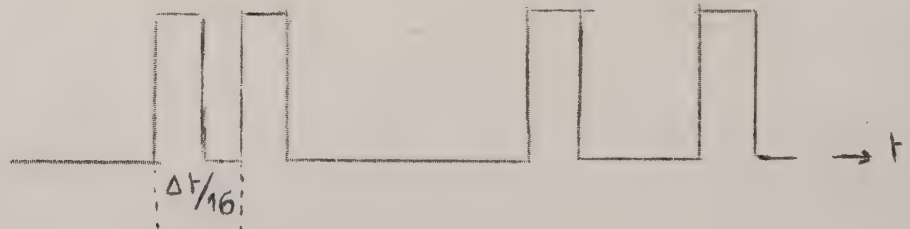
La somme "a + b" ou "a' + b", a donc même valeur dans les deux cas.

Nous allons montrer que si "d" est solution des inéquations (2) "a'" ne l'est pas.

- 1) cas $a > 0$ - On doit avoir $a + b \leq 2^n$; $b \leq 2^n - a$ (3)
 $|a'| = 2^n - a$
 $b + a' = b - (2^n - a)$ qui d'après (3) est < 0 donc incompatible avec (2)
- 2) Cas $a \leq 0$ - On doit avoir $a + b > 0$; $|b| > |a|$ (4)
 $|a| = 2^n - a$; $a' = 2^n - |a|$
 $a' + b = b - |a| + 2^n$ qui d'après (4) est $> 2^n$ donc incompatible avec (2)

2. 2. 3. 3. LE SIGNAL

Il est constitué par des signaux rectangulaires (Fig. 4)



Le sommet des créneaux constitue le niveau 1 qui vaut 12 volts. Le bas des créneaux constitue le niveau 0 qui vaut environ 1 volt. L'information est envoyée séquentiellement tous les intervalles de temps Δt .

Cet intervalle de temps est divisé en 16 parties, elles-mêmes divisées en 2. Nous appellerons ce $1/16$ de Δt un "digit".

En suivant le temps dans le sens croissant, la première moitié du digit s'appelle la phase "calcul" et la seconde partie la phase "transfert".

Ce signal représente un nombre en binaire série, c'est-à-dire que chaque créneau représente un nombre de la forme 2^n , n étant la position du créneau par rapport à l'origine.

Le nombre transmis est égal à $\sum_{n=0}^m 2^n$.

Seule la phase "calcul" peut avoir ou non un créneau.

La phase "transfert" est toujours égale à 0.

Le signal arrivant et sortant du régulateur comporte au maximum 9 digits, ce qui correspond au nombre décimal 511.

La précision de l'information est à un digit de poids 0 près, soit à 1 près. Cette erreur est comprise dans la précision demandée au paragraphe III.

L'écart ε , l'accroissement de l'écart $\Delta \varepsilon$, l'intégrale de l'écart $\sum \varepsilon$, l'action intégrale $\frac{1}{z^2} \sum \varepsilon$ sont également définis à I digit de poids 0 près.

Mais après avoir multiplié par le gain g ou la constante de temps zI , qui sont de la forme 2^n , le signal résultant n'est plus défini qu'à un digit du même ordre n

EXEMPLE : soit un écart ε_n ayant pour valeur binaire à 9 digits 000000101 qui est défini à 2^0 près

soit un écart $\varepsilon_n - I$ égal à 000000100
 $\Delta \varepsilon_n = 000000001$

Supposons $zI = 2^2$
 $\sum \varepsilon = 0000000110110001$

$z_2 = 2^4$

$g = 2^2$

On a : $zI \Delta \varepsilon = 00000100$
 $\varepsilon = 00000101$

$\frac{1}{z^2} \sum \varepsilon = 00011011$

$zI \varepsilon + \varepsilon + \frac{1}{z^2} \sum \varepsilon = 00100100$, défini à 2^0 près

$g (zI \Delta \varepsilon + \varepsilon + \frac{1}{z^2} \sum \varepsilon) = 10010000$, défini à un digit de poids 2^2 près.

Par conséquent, si le gain est égal à 2^n , le signal de sortie du régulateur est défini à un digit de poids 2^n près.

Pour que la grandeur réglée reste constante à un bit d'ordre 0 près, il faut que l'atténuation produite par le système régulé entre sa grandeur réglante et sa grandeur réglée soit égale à 2^n , n étant le gain maximum possible du régulateur.

Si l'on considère cette variation du signal de sortie du régulateur comme une perturbation, il faut, pour rester dans les tolérances désirées, que le digit de poids 2^n défini dans l'exemple ci-dessus, ne dépasse pas 25 unités sur 100 du signal de sortie du régulateur. Comme $n = 7$, il faut donc que le signal maximum soit égal à 2^9 , c'est-à-dire qu'il comporte 9 digits.

Le signal fourni par l'action intégrale $\frac{1}{T^2} \sum \varepsilon$ peut prendre toute valeur comprise entre 0 et 2^9 , $\sum \varepsilon$ pourra prendre toute valeur comprise entre 0 et $T^2 \times 2^9$.

Nous avons déterminé T^2 maximum = $2^7 \Delta t$.

Il faut donc que la capacité de la mémoire d'action intégrale soit égale à $2^7 + 9 = 2^{16}$; donc comporte 16 digits, ce qui est réalisé, Le cycle total comportant 16 digits, le contenu de la mémoire intégrale peut-être traité à chaque cycle.

2.2.3.4. Les saturations

D'après 2.2.3. le signal de sortie est compris entre 0 et 2^9 le contenu de la mémoire d'action intégrale entre 0 et 2^{16} .

$$0 < \sum \varepsilon < 2^{16} \quad (1)$$

$$0 < \frac{1}{T^2} \sum \varepsilon + \varepsilon + T \Delta \varepsilon < 2^9 \quad (2)$$

Les résultats partiels suivants doivent aussi être compris dans ces limites, sinon le régulateur ne fonctionne plus correctement :

$$0 < \frac{1}{T^2} \sum \varepsilon < 2^9 \quad (3)$$

$$0 < \frac{1}{T^2} \sum \varepsilon + \varepsilon < 2^9 \quad (4)$$

$$0 < \varepsilon + T \Delta \varepsilon < 2^9 \quad (5)$$

Par définition on a :

$$\begin{aligned} 0 &< R < 2^9 \\ 0 &< M < 2^9 \\ 0 &< (\varepsilon) < 2^9 \\ 0 &< (\Delta \varepsilon) < 2^9 \end{aligned} \quad \text{avec} \quad \begin{aligned} \varepsilon &= R - M \\ \Delta \varepsilon &= \varepsilon_n - \varepsilon_{(n-1)} \end{aligned}$$

Cas de l'inéquation (1)

Ayant $0 < \sum_{n-1} \varepsilon < 2^{16}$ il faut déterminer si ces conditions sont toujours remplies pour $\sum_{n-1} \varepsilon + \varepsilon_n$

1er cas : $\sum_{n-1} \varepsilon + \varepsilon_n < 2^{16}$ $\varepsilon_n > 0$; les digits de poids 9 de ε_n sont égaux à 0.

La retenue d'ordre 15 est égale à 0.

2ème cas : $\sum_{n-1} \varepsilon + \varepsilon_n > 2^{16}$, $\varepsilon_n > 0$

La retenue d'ordre 15, R 15, est égale à 1.

3ème cas : $\sum_{n-1} \varepsilon + \varepsilon_n > 0$, $\varepsilon_n < 0$

On effectue l'opération $\sum_{n-1} \varepsilon + 2^{16} - (\varepsilon_n) = S$

Les digits de poids 9 à 15 de $2^{16} - |\xi_n|$ sont égaux à I puisque $|\xi_n| < 2^9$

$\sum_{n=1}^{\infty} \xi_n - |\xi_n|$ étant > 0 , S est $> 2^{16}$ et on a R I5 = I.

4ème cas : $\sum_{n=1}^{\infty} \xi_n + \xi_n < 0$; $\xi_n < 0$

On peut écrire $S = \sum_{n=1}^{\infty} \xi_n + 2^{16} - |\xi_n|$
 $= 2^{16} - (|\xi_n| - \sum_{n=1}^{\infty} \xi_n)$

$|\xi_n| - \sum_{n=1}^{\infty} \xi_n > 0$, donc $S < 2^{16}$ d'où R I5 = 0

Les digits de poids 9 à 15, de $2^{16} - |\xi_n|$ sont égaux à I.

Conclusion. Si l'on appelle D I5 le digit de poids I5 on aura :

$S > 2^{16}$ lorsque $R I5 \bar{D} I5 = I$ (6)

et $S = 0$ lorsque $R I5 D I5 = I$ (7)

Une logique appropriée substituera au résultat fourni par le totalisateur d'action intégrale le nombre $2^{16}-1$ lorsque (6) est vérifié et 0 lorsque (7) est vérifié.

Cas des inéquations (4) et (2).

On a, dans les deux cas, à additionner un nombre a tel que $0 < a < 2^9$ avec un nombre $b > 0$ ou < 0 tel que $0 < |b| < 2^9$.

1er cas : $a + b < 2^{16}$ $b > 0$. Les digits de poids 9 à 15 de ξ_n sont égaux à 0.

La retenue d'ordre 15 est égale à 0.

2ème cas : $a + b > 2^{16}$ $b > 0$.
 $R 15 = I$

3ème cas : $a + b > 0$, $b < 0$.

On effectue l'opération $a + 2^{16} - |b| = S$

Les digits de poids 9 à 15 de $2^{16} - |b|$ sont égaux à I

$a - |b| > 0$ $S > 2^{16}$ $R I5 = I$

4ème cas : $a + b < 0$ $b < 0$

On peut écrire $S = a + 2^{16} - |b| = 2^{16} - (b - a)$
 $b - a > 0$

$S < 2^{16}$, d'où R I5 = 0

Conclusion : Si l'on appelle D I5 le digit de poids I5, on aura

$S > 2^9$ lorsque $R I5 \bar{D} I5 = I$ (8)

$S = 0$ lorsque $\bar{R} I5 D I5 = I$ (9)

Une logique appropriée substitue au résultat de l'additionneur le nombre 2^9-1 lorsque la relation (8) est vérifiée et 0 lorsque c'est la relation (9)

Cas de l'inéquation (3)

$\sum \varepsilon$ étant toujours > 0 , $\frac{1}{2^2} \sum \varepsilon$ est toujours > 0
 Mais bien que l'on ait $\sum \varepsilon < 2^{16}$, on peut avoir
 $\frac{1}{2^2} \sum \varepsilon > 2^9$

Si le digit D9 de $\frac{1}{2^2} \sum \varepsilon$ est égal à 1, une logique appropriée substitue au nombre $\frac{1}{2^2} \sum \varepsilon$ le nombre 2^9

Cas de l'inéquation (5)

Si $\varepsilon > 0$ et D9 égal à 1, on substitue à $\frac{1}{2^2} \sum \varepsilon$ le nombre 2^9

Si $\varepsilon < 0$ et D9 égal à 0, on substitue à $\frac{1}{2^2} \sum \varepsilon$ le nombre -2^9 c'est-à-dire $2^{16} - 2^9$

2.2.3. ORGANISATION GENERALE DU REGULATEUR

Les différents organes correspondent aux opérations effectuées successivement sur l'information (voir schéma général à la fin)

L'HORLOGE

Elle fournit à l'appareil les impulsions nécessaires aux différents organes. Son signal de sortie consiste en une suite ininterrompue de signaux rectangulaires d'amplitude constante (fig. 5)

La fréquence du signal est réglable

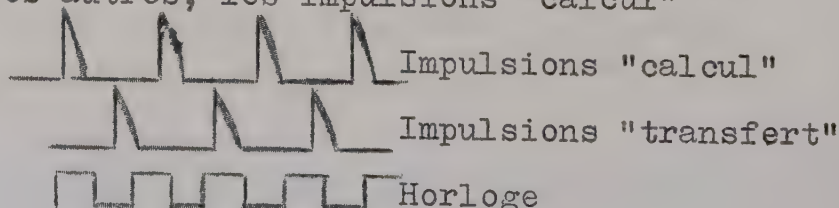
Le générateur d'impulsions



Fig. 5

Le calculateur utilise des mémoires à tores magnétiques. Pour la lecture de ces tores, il faut disposer d'impulsions brèves de courant de grande amplitude. Le générateur d'impulsions, piloté par l'horloge fournit des impulsions de courant à la fréquence de l'horloge.

Le générateur comporte deux sorties, donnant chacune des impulsions décalées d'une demi-période d'horloge les unes par rapport aux autres. Les unes sont les impulsions "transfert", les autres, les impulsions "calcul"



La référence.

Elle comporte un registre d'affichage de la référence.
Le nombre binaire affiché en parallèle est converti en un nombre binaire série, au moyen d'un compteur et d'un décodeur.

Le comparateur (Repère 1)

Cet organe soustrait la mesure de la référence. Son signal de sortie est l'écart $\mathcal{E}$. La soustraction s'effectue par la méthode du complément à deux, c'est-à-dire que l'on ajoute le complément à 1 de la mesure, plus 1

Multiplication par g (Repère 2)

Soit par exemple le nombre binaire 10111011

En calcul série, les digits apparaissent dans l'ordre obtenu en les lisant de droite à gauche, l'origine des temps coïncidant avec l'apparition du premier digit.

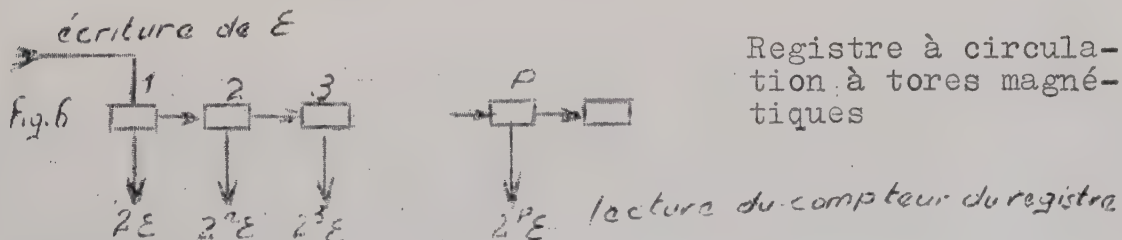
Si par un moyen quelconque, on retarde, par rapport à une origine fixe des temps, l'apparition du nombre et si l'on suppose qu'on le retarde d'un temps tel que le premier digit apparaisse au moment ou apparaissait, sans retard, le troisième digit, par rapport à l'origine des temps le nombre s'écrit :

1011101100

ce qui revient à l'avoir multiplié par 2^2 .

Dans le régulateur, on retardera le nombre binaire $\mathcal{E}$ d'un temps $p \times \Delta't$, $\Delta't$ étant l'intervalle de temps séparant deux digits successifs, ce qui multiplie $\mathcal{E}$ par 2^p

Pour cela, on écrit le nombre $\mathcal{E}$ dans une mémoire magnétique à circulation. L'information arrive dans le tore magnétique situé au rang p avec un retard $p\Delta't$. Il suffit de lire ce tore pour avoir la multiplication par 2^p (fig. 6)



Intégrateur (Repère 4)

Le nombre $\mathcal{E}$ n issu du comparateur à la même séquence de

transmission d'information est totalisé au contenu $\sum_0^{n-1} \xi$ de la mémoire d'action intégrale (Repère 5)

Celle-ci consiste en une mémoire à circulation à tores magnétiques à 16 digits. Le signal issu du dernier tore est ajouté dans l'additionneur, (Repère 4) d'action intégrale au nombre ξ_n .

La somme est écrite à l'entrée de la mémoire intégrale. Le temps pour parcourir celle-ci est égal à $16 \times \Delta t = \Delta t$
Opération $\frac{1}{2^2} \sum \xi$ (Repère 6)

La division s'obtient, à l'inverse de la multiplication, en avançant le nombre par rapport à l'origine des temps.

Si à l'instant qui correspond au passage du digit de poids n dans le signal d'arrivée et de sortie du régulateur, on prend dans le registre intégral, non pas le digit de poids n , mais un digit de poids $p > n$, on aura donné à ce digit de poids p le poids n .

On l'aura donc divisé par 2^{p-n} .
 $\frac{1}{2^2}$ s'obtient en prélevant le signal en des points variables du registre intégral.

Opération $\frac{1}{2^2} \sum \xi + \xi$ (Repère 7)

Un additionneur binaire naturel effectue l'opération en calcul série.

La dérivation (Repères 3 et 8)

$\gamma_1 \times \frac{d\xi}{dt}$ est assimilé à $\frac{\Delta \xi}{\Delta t} \times 2^a$

$(\Delta \xi = \xi_n - \xi_{n-1})$

avec $\xi_n = \xi$ à la n ème séquence de transmission.

Il faut donc à la séquence $n-1$ mettre ξ_{n-1} en mémoire et l'utiliser à la séquence n . On utilise une mémoire à circulation à tores magnétiques (repère 3). Le signal ξ_{n-1} est écrit à une extrémité et est lu à l'autre extrémité. Le temps nécessaire au transfert de l'information de l'entrée à la sortie est égal à Δt , temps séparant deux cycles de calcul.

Un soustracteur élabore ensuite (repère 8) $\Delta \xi = \xi_n - \xi_{n-1}$
 La multiplication de $\Delta \xi$ par γ_1 s'obtient, comme pour la multiplication par g , en retardant le signal dans une mémoire (9).

Opération $(\frac{1}{22} \sum \varepsilon + \varepsilon) + 21 \Delta \varepsilon$ (Repère 10)

Elle est réalisée dans un dernier additionneur qui totalise le signal fourni par 7 et par 9.

Remarque : On notera, que le traitement total de l'information est fait instantanément, digit par digit

3. LES ELEMENTS CONSTITUTIFS DU REGULATEUR

3.1. L'HORLOGE

Elle est constituée par un multivibrateur classique, utilisant des transistors moyenne fréquence 2N 527

La fréquence du multivibrateur est $F = \frac{16}{\Delta t}$

Δt étant la durée du cycle de calcul et 16 le nombre de digits.

La maquette réalisée ne comportera que 12 digits.

Le multivibrateur fournit des signaux qui ne sont pas très rectangulaires, aussi est-il suivi d'une bascule de

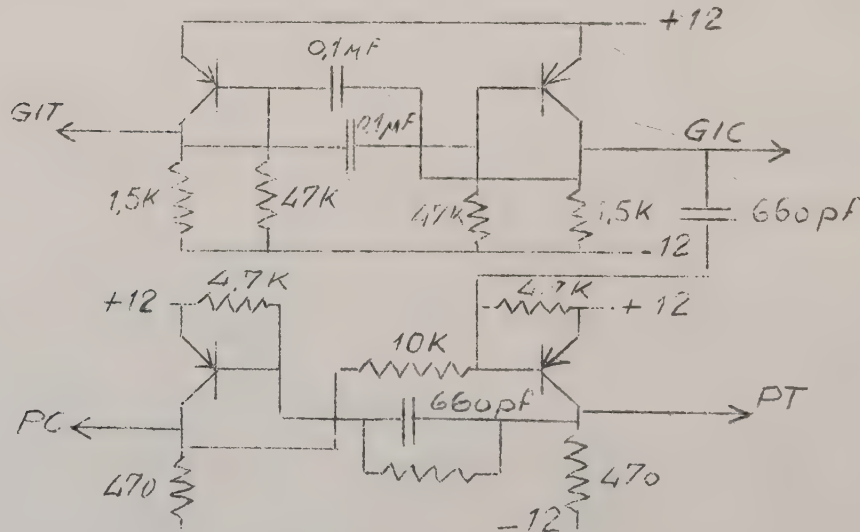


Fig: 7

"mise en forme" (fig 7)

Les signaux prélevés en P T et P C ont l'allure suivante donnée par la figure 8

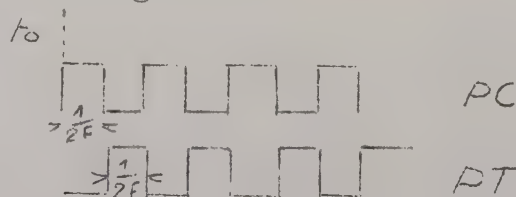


Fig:8

Soit t_0 l'instant où commence un cycle.

Une des sorties de la bascule de mise en forme fournit de t_0 à $t_0 + \frac{1}{2F}$ une tension positive égale à environ 12 volts et de $t_0 + \frac{1}{2F}$ à $t_0 + \frac{1}{F}$ une tension nulle ou peu différente de 0.

Ce signal est appelé phase calcul du multivibrateur et sera désigné par PC.

L'autre sortie fournit de t_0 à $t_0 + \frac{1}{2F}$ une tension nulle et une tension de 12 volts de $t_0 + \frac{1}{2F}$ à $t_0 + \frac{1}{F}$. Ce signal sera appelé phase transfert PT.

On a la relation logique $PC = \overline{PT}$

Les tensions de sortie prélevées sur les collecteurs du multivibrateur servent à attaquer le générateur d'impulsion qui sera étudié plus loin.

Ces signaux portent les noms de : G I C, générateur d'impulsions calcul ;

G I T, générateur d'impulsions transfert.

Calcul des éléments de l'horloge.

La tension d'alimentation de 12 volts a été choisie parce qu'elle convient bien à l'utilisation des transistors et qu'elle est souvent utilisée dans les gros calculateurs numériques.

Pour des raisons d'uniformité et de banalisation, nous avons voulu n'utiliser qu'un type de transistor, et de plus, employer celui-ci, pour des motifs de sécurité, loin de ses caractéristiques limites.

L'emploi de tores magnétiques conduit à employer des courants de l'ordre de 100 mA ; c'est pourquoi nous avons choisi le 2 N 527, transistor robuste, conforme aux normes militaires, pouvant fournir 500 mA, 225 mW avec f_a de 3,5 MHz.

Lorsque le transistor n'est pas destiné à fournir un débit important, ce qui est le cas du multivibrateur, on a intérêt à le charger au maximum pour diminuer la consommation. On est cependant limité par la non-linéarité de la caractéristique du transistor, qui fait que l'on rencontre des saturations pour des charges trop fortes.

Avec le 2 N 527 on est pratiquement limité à 1500 ohms. La constante de temps du circuit RC du multivibrateur est très approximativement égale à la demi-période de celui-ci.

Pour le servo-mécanisme expérimental auquel était appliqué le régulateur il fallait $\Delta t \sim \frac{1}{10}$ secondes.

$$\text{Soit : } \frac{F}{2} = \frac{1}{10 \times 24} = 4,2 \times 10^{-3} \text{ secondes}$$

Nous avons fait $RC = 47000 \times 0,1 \times 10^{-6} = 4,7 \times 10^{-3}$ secondes

L'expérience montre que l'on a $\frac{F}{2} = 3,3 \times 10^{-3}$ secondes

$$\Delta t = 0,08 \text{ sec}$$

Calcul des éléments de la bascule de mise en forme

Cette bascule alimente différents circuits logiques, qui selon la valeur des nombres traités dans le régulateur peuvent consommer un certain courant ou pas du tout. Dans certains cas, la bascule peut ne pas débiter sur circuit extérieur. Il importe que sa résistance de charge dans les collecteurs soit telle que l'on reste dans les limites de linéarité.

C'est pourquoi, conformément à ce qui a été dit plus haut, on a choisi 1500 ohms.

Dans le cas extrême inverse où tous les circuits logiques connectés à la bascule prennent de la puissance, la logique a été réalisée de façon que la charge équivalente ne descende pas en-dessous de 220 ohms.

La résistance qui relie la base d'un transistor au collecteur de l'autre, doit amener le premier transistor à saturation lorsque l'autre est bloqué. Cette condition est réalisée lorsqu'il circule dans la base du premier transistor 0,7 mA (voir figure 22), avec une charge de 220 ohms

Nous avons pris une résistance base collecteur de 10000 ohms, qui donne environ 1 mA dans la base, donc assure une bonne marge de sécurité.

Dans une bascule à deux états stables (flip-flop) les capacités d'attaque doivent être sensiblement identiques aux capacités placées en parallèle avec les résistances base-collecteur.

On a intérêt à prendre la valeur minimum de façon à réaliser le basculement dans le temps le plus court. Malheureusement le temps de montée du signal fourni par le multivibrateur n'est pas nul, et lorsque les capacités de la bascule sont trop faibles, l'impulsion du multivibrateur est trop atténuée à travers elles.

On a pris le minimum qui donnait un fonctionnement correct, soit 660 pf.

3.2. LE GENERATEUR D'IMPULSIONS

Les mémoires à tores magnétiques utilisées dans l'appareil nécessitent des impulsions de courant de forte intensité (plusieurs ampères). L'emploi de transistors paraissant difficile, on a utilisé des thyratrons solides (Silicon controlled rectifiers, trinistors, suivant la terminologie des différents constructeurs).

Ces semi-conducteurs présentent la propriété d'être très résistants (quelques mégohms) dans les sens direct et inverse tant que l'électrode de commande (appelée aussi "gate") n'est pas parcourue par un certain courant. Lorsque celui-ci est atteint, le thyatron "s'amorce" comme un thyatron à gaz, devient conducteur dans le sens direct et l'électrode de commande n'a plus aucune action sur le courant.

Il ne se désamorcera que si le courant est coupé par une cause extérieure.

Le thyatron étant amorcé, il apparaît entre son anode et sa cathode une tension d'environ 1 volt.

Le générateur d'impulsion comporte une bascule à 2 thyratrons (fig.9)

3.2.1. ANALYSE DU FONCTIONNEMENT

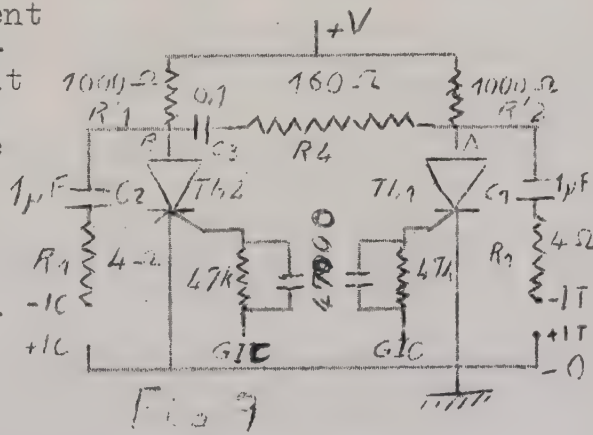
Supposons les 2 thyratrons non conducteurs.

Lorsqu'une tension positive apparaît par exemple en G.I.C. (venant du multivibrateur) il circule un courant dans l'électrode de commande de Th1. Le thyatron s'amorce.

Sa résistance interne devient pratiquement nulle. Le condensateur C1 qui se trouvait

chargé au potentiel + V se décharge à travers R1 et le thyatron. Il circule donc un courant de décharge qui n'est limité que par R1.

Ce courant en concordance avec PC s'appellera "impulsion de courant calcul" IC.



Le condensateur C3 se charge à travers R4, le point B de Th 2 atteint le potentiel +V et le point A de Th1 le potentiel 0.

Lorsque ensuite une tension positive provenant de GIT est appliquée Th2 s'amorce. Le potentiel de B devient égal à 0 et celui de A égal à $-U$. Th1 est donc polarisé négativement et s'éteint Th2 a "soufflé" Th1. U sera explicité plus loin.

Le courant de décharge de C2 en concordance avec PC s'appellera "impulsion de courant transfert" IT.

3.2.2. DETERMINATION DES ELEMENTS

Pour éviter de bobiner plusieurs spires sur les tores magnétiques l'enroulement impulsion des tores ne comporte qu'une spire.

Dans ces conditions l'intensité nécessaire pour obtenir une bonne lecture des tores est d'au moins 10 ampères. La valeur maximum du courant pendant l'impulsion est approximativement $\frac{V}{R1}$.

Lorsque R1 est trop faible (inférieure à 2 ohms), la décharge de la capacité à travers le thyatron est oscillatoire, donnant ainsi des impulsions bidirectionnelles qui ne peuvent convenir aux tores.

Si $R1 > 2$ ohms, le circuit est assez amorti pour ne pas osciller.

Nous avons pris $R1 = 40$ ohms ce qui conduit à une valeur de V au moins égale à 40 Volts.

Pratiquement V est égal à 75 Volts.

L'impulsion doit être suffisamment longue pour que les tores puissent basculer. On peut régler sa durée au moyen de C1 et C2.

L'expérience a montré qu'il fallait au moins 0,5 MF
On a pris 1 MF

Lorsqu'un thyatron a été éteint par l'autre, la tension se rétablit à ses bornes par la charge de C1 ou C2 à travers R'1 ou R'2.

Il faut que la tension soit complètement rétablie avant que l'on fasse basculer de nouveau le générateur, ce qui se produit toute les 3,3 msec dans la maquette.

Il faut $R'1 C1 < 3,3$ msec

Nous avons pris $R'1 = 1000$ ohms $R'1 C1 = 1$ msec

La présence de la résistance R4 s'explique de la façon suivante :

Si elle n'existait pas, au moment, où, par exemple, Th1 s'amorce, il apparaît la tension U en B. La décharge de C3 s'effectue en partie à travers R'1, mais surtout à travers C2 et R1, donnant ainsi une impulsion parasite dans le signal IC.

R4 qui est grand vis à vis de R1 annule pratiquement cette impulsion parasite.

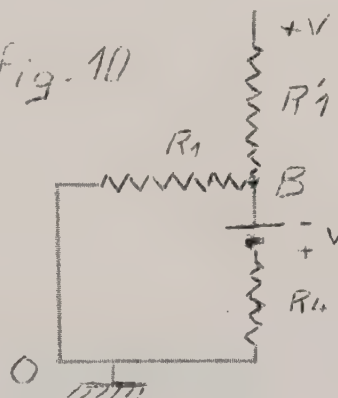
Au moment de l'amorçage de Th1 la tension V qui régnait aux bornes de C3 se trouve appliquée aux bornes du diviseur constitué par R1 et R4, l'impédance de C2 étant nulle puisque $C2 \gg C3$ et on a :

$$\frac{R1}{R1 + R4} V = U$$

Le schéma équivalent du circuit à l'amorçage de Th1 est indiqué par la fig 10.

Le diviseur, R1, R'1 tend à créer une tension en B de valeur =

$$\frac{R1}{R1 + R'1}$$



Pour que le thyatron Th2 s'éteigne, il faut que la tension en B qui est égale à $U + e$ soit négative ou nulle.

Il suffit donc que $R4 = R'1 = 1000$ ohms.

Pratiquement, le schéma 10 n'étant valable qu'à l'instant précis où Th 1 s'amorce.

On constate expérimentalement que R4 doit être de l'ordre de 200 ohms pour pouvoir désamorcer Th2.

On a pris 160 ohms.

Le circuit C3, R4 doit avoir une constante de temps $R4 C3$ suffisamment longue pour que le thyatron s'éteigne (turn off time 2 à 10^{-5} usec).

Il faudrait donc $C3 \times 160 \geq 10 \times 10^{-6}$

Soit $C3 = 0,06$ MF

Nous avons pris $C3 = 0,1$ MF

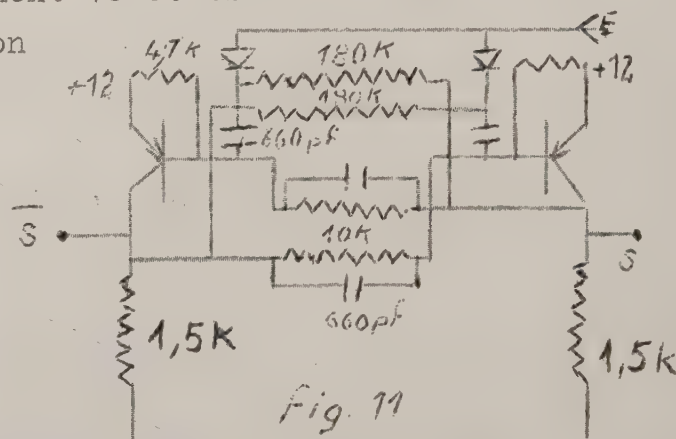
3.3. L'AFFICHAGE DE LA REFERENCE

LA CONVERSION PARALLELE-SERIE

3.3.1. LE COMPTEUR

Le régulateur comporte un compteur à 4 bascules en cascade qui revient à son état initial après avoir compté 16 impulsions. Il a également 16 états différents.

Les bascules, de conception classique, constituées avec des transistors 2 N 527, comportent deux sorties S et $\bar{S}$ complémentaires. Le signal fourni est soit une tension de 12 volts soit une tension de l'ordre de 1 volt.



L'arrivée des impulsions venant soit du multivibrateur (pour la première bascule) soit de la bascule précédente (pour les 2e, 3e, 4e bascules) se fait en E. A chaque période du multivibrateur, le compteur avance d'une unité. Il revient au bout d'un temps $16 \Delta t' = \Delta t$ à son état initial.

Si l'on fixe une origine des temps à Δt , les 16 états du compteur qui apparaissent successivement, numérotés de 0 à 15 peuvent être affectés d'un poids, dans la numération binaire série, égal à leur numéro d'ordre.

Par exemple :

L'état 0 qui correspond à l'état suivant des bascules (1 désignant la première bascule, 2 la deuxième, 4 la troisième, 8 la quatrième).

8	4	2	1	
10	10	10	10	aura pour valeur $2^0 = 1$

L'état 3

8	4	2	1	
10	10	01	01	aura pour valeur $2^3 = 8$

L'état 15

8	4	2	1	
01	01	01	01	aura pour valeur $2^{15} = 32768$

Il faut convertir chacun de ces 16 états, caractérisé par une combinaison particulière des états des 4 bascules, en un digit de valeur 1 apparaissant, dans la numération série avec un poids égal à son numéro d'ordre, au moyen d'un décodeur à diodes.

Pour des raisons qui seront indiquées plus loin, le décodeur fera apparaître un zéro, pour caractériser un digit de poids quelconque.

On conviendra d'appeler S la sortie de la bascule qui est égale à zéro lorsque la bascule est au repos (position 10) et $\bar{S}$ la sortie complémentaire.

Comme dans tout le calculateur, une sortie sera égale à 1 pour une tension de 12 volts et 0 pour environ 1 volt.

La sortie S de la bascule 1 s'appellera $SB1$, la sortie complémentaire : $\bar{SB1}$

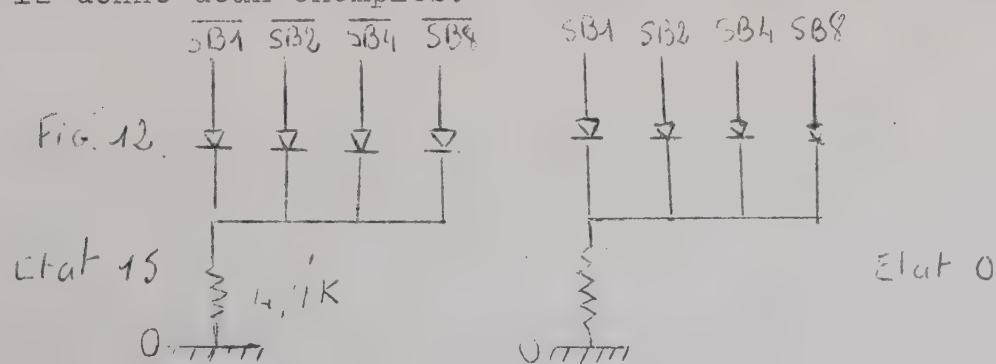
La sortie S de la bascule 2 s'appellera $SB2$, la sortie complémentaire : $\bar{SB2}$

On aura les relations logiques suivantes :

Poids 0	sera égal à 0 lorsque	$\bar{SB1} + \bar{SB2} + \bar{SB4} + \bar{SB8} = 0$
Poids 1	sera égal à 0 lorsque	$\bar{SB1} + \bar{SB2} + \bar{SB4} + \bar{SB8} = 0$
Poids 2		$\bar{SB1} + \bar{SB2} + \bar{SB4} + \bar{SB8} = 0$
Poids 3		$\bar{SB1} + \bar{SB2} + \bar{SB4} + \bar{SB8} = 0$
Poids 4		$\bar{SB1} + \bar{SB2} + \bar{SB4} + \bar{SB8} = 0$
Poids 5		$\bar{SB1} + \bar{SB2} + \bar{SB4} + \bar{SB8} = 0$
Poids 6		$\bar{SB1} + \bar{SB2} + \bar{SB4} + \bar{SB8} = 0$
Poids 7		$\bar{SB1} + \bar{SB2} + \bar{SB4} + \bar{SB8} = 0$
Poids 8		$\bar{SB1} + \bar{SB2} + \bar{SB4} + \bar{SB8} = 0$
Poids 9		$\bar{SB1} + \bar{SB2} + \bar{SB4} + \bar{SB8} = 0$
Poids 10		$\bar{SB1} + \bar{SB2} + \bar{SB4} + \bar{SB8} = 0$
Poids 11		$\bar{SB1} + \bar{SB2} + \bar{SB4} + \bar{SB8} = 0$
Poids 12		$\bar{SB1} + \bar{SB2} + \bar{SB4} + \bar{SB8} = 0$
Poids 13		$\bar{SB1} + \bar{SB2} + \bar{SB4} + \bar{SB8} = 0$
Poids 14		$\bar{SB1} + \bar{SB2} + \bar{SB4} + \bar{SB8} = 0$
Poids 15		$\bar{SB1} + \bar{SB2} + \bar{SB4} + \bar{SB8} = 0$

Réalisation pratique du décodeur

Il est constitué par des fonctions "ou" à diodes. La fig. 12 donne deux exemples.



On aurait pu utiliser pour obtenir 16 états différents un compteur en anneau comportant 16 bascules. Le décodage à partir de 4 bascules présente l'avantage de nécessiter beaucoup moins de transistors, plus coûteux, plus encombrants, que les diodes supplémentaires qu'exige la solution choisie.

Un grave inconvénient du décodeur est qu'il utilise des signaux provenant de différentes bascules, qui ne basculent pas rigoureusement simultanément et il s'ensuit des recouvrements donnant naissance à des impulsions parasites qui peuvent être gênantes.

3.3.2. L'AFFICHAGE DE LA REFERENCE

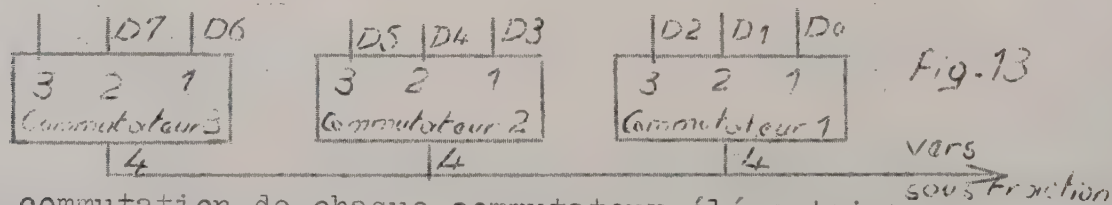
Disposant de 16 digits de poids respectifs 0 à 15, il suffit de connecter ou non les sorties correspondantes du décodeur au soustracteur d'entrée pour introduire dans celui-ci la référence désirée.

Ex. Le nombre 0000000000100011 s'obtiendra en connectant au moyen d'interrupteurs, les digits d'ordre 0,1,5. On notera que le signal traité dans le régulateur ne comportant que 9 digits, les sorties 9 à 15 du décodeur ne sont pas utilisées.

Dans la maquette, on ne dispose que de 12 poids différents et le signal d'information n'a que 8 digits.

Le commutateur d'affichage comporte 3 commutateurs élémentaires permettant d'afficher, en numération octale, tout nombre compris entre 0 et 377 en octale, soit 0 à 255 en numération décimale

Le schéma de commutation est le suivant (fig 13)
(On appelle D0, D1, D 12, les digits de poids 0,1,12)

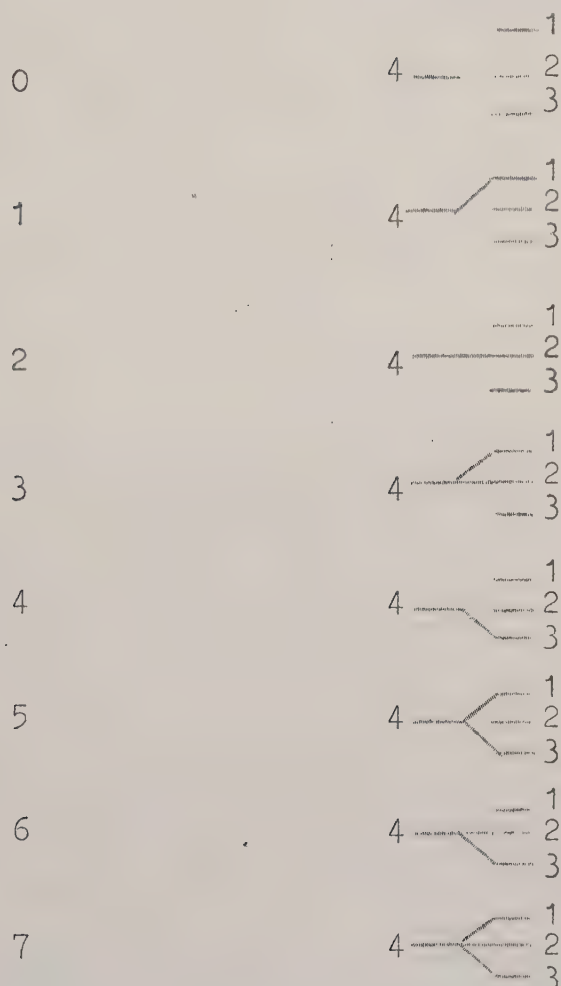


La commutation de chaque commutateur élémentaire se présente comme suit :

Chiffre affiché

Connections
internes

Fig. 14



3.4. LES TORES MAGNETIQUES

Le régulateur utilise pour conserver en mémoire certaines données nécessaires aux calculs, des tores magnétiques, constitués par une bande de matériau magnétique très mince enroulée autour d'une petite bobine faite d'un matériau isolant. Les lignes de champ circulaires doivent alors passer dans les interstices séparant les gaines isolantes du ruban, mais, comme les distances mises en jeu sont très faibles, les performances du noyau ne sont pas affectées. Cette disposition diminue la circulation des courants de Foucault.

3.4.1. UTILISATION DES TORES ; LA BOUCLE D'HYSTERESIS.

La figure illustre la forme approximative de la boucle d'hysteresis. (voir fig.15)

Une boucle de ce type permet de réaliser une fonction de mémoire binaire caractérisée par la direction du flux rémanent dans le noyau. Cette direction étant elle-même fonction de la force magnétomotrice (fmm) appliquée en dernier lieu. On dit que le noyau enregistre un digit 1 ou un digit 0, suivant le cas, les conventions étant celles définies dans la figure 15.



Pour tester l'état du noyau, il est nécessaire de faire passer un courant dans son enroulement, c'est-à-dire d'appliquer une fmm. qui ramène le noyau dans l'état 0. Le signal qui caractérise l'état initial du noyau est délivré sous la forme d'une tension induite dans un second enroulement bobiné sur le même noyau. Si le noyau affiche un 1 dans l'état initial, il se produit une inversion de flux dans le noyau donnant lieu à une tension induite : mais si l'état initial est l'état 0, il ne se produit ni variation de flux, ni tension induite à la sortie, à condition évidemment que le cycle d'hysteresis soit parfaitement rectangulaire. Dans la réalité, du fait de la non rectangularité des cycles, on a des tensions parasites qui apparaissent à la lecture des digits nuls.

Un noyau peut être mis dans l'état 1 ou dans l'état 0 par application d'une fmm au moins égale respectivement à $+H_a$ et $-H_a$. Une fmm de valeur inférieure à H_a déplacera le point de fonctionnement d'une quantité variable mais après suppression de la fmm, le noyau restera dans son état initial. La fmm H_a s'appelle la force coercitive du noyau et ϕ_r le flux qui circule après suppression du courant est appelé flux rémanent. Le rapport de ϕ_r à ϕ_m s'appelle rapport de rectangularité. On utilise des tores des aciéries d'Imphy dont les caractéristiques sont :

diamètre	:	12 mm
champ coercitif	:	0,25 Ampères-tours
rapport de rectangularité	:	0,95

Un tore comportera donc au moins trois enroulements :

a) enroulement d'écriture :

Une source de courant fournit une intensité i_0 si

le digit qu'elle représente est nul et $i1$ si ce digit est égal à 1. Cette intensité traverse l'enroulement d'écriture qui comporte NL spires de façon que

$$NE \quad i0 < Ha \quad \text{et} \quad NE \quad i1 > Ha$$

- b) enroulement de lecture. Cet enroulement est parcouru par les impulsions de courant fournies par le générateur d'impulsions.

Soit I ce courant et NL le nombre de spires. On doit avoir :

$NLI < -Ha$ de façon à amener le tore en 0. Comme on le verra par la suite,

$|NL I|$ a une valeur très supérieure à $|Ha|$

- c) un enroulement de sortie, Ns , qui fournit une impulsion de tension au moment de la lecture, si le tore contenait initialement un digit 1.

3.4.2. LE TORE COMME ELEMENT DE LOGIQUE.

Le tore se prête particulièrement bien, avec une sécurité de fonctionnement totale, à quelques opérations logiques simples.

- a) L'addition logique ou

Il suffit de bobiner sur le tore deux enroulements d'écriture distincts affectés respectivement aux variables a et b . Le tore sera porté à l'état 1 si a ou b sont égaux à 1.

- b) le produit $a \bar{b}$

On bobine sur le tore deux enroulements d'écriture, dont l'un est parcouru par a et l'autre par b , mais en sens inverse.

si $a=0$ et $b=0$, le tore n'est pas écrit :
état du tore : 0

Si $a=1$ et $b=0$: état du tore = 1

Si $a=1$ et $b=1$; les ampères tours de b s'opposent à ceux de a . Le champ résultant est nul. Le tore reste à l'état 0.

Si $a=0$ et $b=1$, les ampères tours de b ne peuvent que placer le tore à 0.

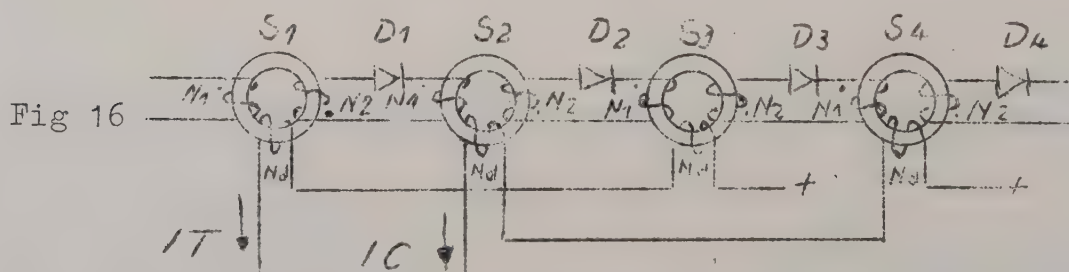
On a donc bien réalisé la relation : Etat du tore = $a\bar{b}$

3.4.3. LE TORE COMME REGISTRE A CIRCULATION

Le circuit de transfert a deux noyaux par digit.

Considérons le montage de la figure 16 qui représente les quatre noyaux d'un circuit de transfert. Le générateur d'impulsions de courant fournit les impulsions I_C et I_T .

Tous les enroulements de lecture des noyaux de rang impair sont montés en série et traversés par I_T , tandis que les noyaux de rang pair sont traversés par I_C . Le sens du courant de lecture est tel que chaque noyau est ramené dans l'état 0. Supposons, à titre d'exemple que S2 contienne un digit 1 et que tous les autres noyaux contiennent des digits 0 à l'instant où une impulsion est appliquée en I_C . L'inversion du flux dans S2 par substitution d'un digit 0 au digit 1, commandée par I_C , fait apparaître des tensions induites dans les deux enroulements N1 et N2 de ce noyau. La polarité de la tension induite dans N2 est telle qu'elle polarise dans le sens direct la diode D2 et engendre un courant dans l'enroulement N1 de S3. Ce courant est dirigé dans le sens qui tend à mettre S3 dans l'état 1. De même, la tension induite dans l'enroulement N1 de S2 est de polarité telle qu'elle rend passante la diode D1 et fait circuler un courant dans l'enroulement N2 de S1, tendant ainsi à mettre S1 dans l'état 1. Cependant, en adoptant pour chaque noyau un rapport $N2/N1$ des nombres de tours des enroulements qui soit supérieur à l'unité (par exemple de l'ordre de 6 ou plus), le courant dans S3 est rendu sensiblement plus élevé que dans S1 en sorte que seul le noyau S3 passera dans l'état 1.



Le caractère sélectif du transfert peut s'expliquer par le fait que, plus le nombre de tours de l'enroulement N2 sur S2 est grand, plus la tension qui apparaît aux bornes de cet enroulement est élevée en comparaison de celle qui est induite aux bornes de N1. De plus, l'inductance relativement faible de l'enroulement N1 de S3

opposera une plus faible impédance au passage du courant que l'inductance relativement élevée de l'enroulement N2 sur le noyau S1, encore que cette considération ne joue qu'en partie, car, à l'opposé, il faut moins de courant pour changer l'état de S1 que celui de S3 en raison du choix adopté par le rapport de transformation.

On notera que le basculement du noyau S3 s'accompagne de l'apparition d'une tension induite entre les bornes de l'enroulement N2 de ce noyau, mais que la polarité de cette tension polarise en inverse la diode D3, ce qui soustrait S4 à l'action de S2.

Le transfert ainsi réalisé a donc consisté à décaler de S2 en S3 le digit 1 qui était contenu dans le premier noyau, et cela sous l'effet de l'impulsion de commande IC. Dans l'hypothèse où S2 aurait contenu initialement un digit 0, aucune variation de flux ne se serait manifestée, et le digit 0 dans S3 n'aurait pas été altéré. De même, les digits binaires contenus dans S4 et les autres noyaux de rangs pairs auraient été décalés d'une position vers la droite. Comme l'impulsion de commande IC laisse tous les noyaux de rangs impairs dans l'état 0, l'impulsion IT suivante pourra être utilisée pour décaler les digits binaires des noyaux pairs vers les noyaux impairs situés à droite suivant un processus analogue.

Il reste à analyser deux caractères importants du circuit de la figure ci-dessus. Le premier concerne le mécanisme par lequel les digits 1 sont décalés d'un noyau vers le suivant sans affaiblissement des signaux. L'autre est relatif au mécanisme par lequel les faibles signaux obtenus en testant les digits 0 ne peuvent être transformés par amplification en signaux représentant des digits 1, malgré l'amplification nécessitée par le maintien des digits 1. Il ne paraît pas possible d'exposer ces mécanismes d'une manière à la fois simple et précise, mais il est généralement possible de les saisir par la considération de certains facteurs.

Tout d'abord, on observera que ce n'est pas l'énergie magnétique emmagasinée qui est transférée d'un noyau vers le suivant. Supposons qu'une impulsion de courant soit appliquée à l'un des enroulements d'un noyau. Si l'intensité du courant est juste suffisante pour faire passer le noyau d'un état à l'autre, le flux sera inversé, très lentement ; mais, si l'intensité du courant est plusieurs fois supérieure au minimum nécessaire pour réaliser la commutation du noyau, le flux variera rapidement.

Supposons, d'autre part, qu'une charge de résistance donnée soit connectée à un autre enroulement de ce noyau. Le courant qui circule dans la charge tend à s'opposer à l'inversion du flux, de sorte que, pour la détermination du temps d'inversion du flux, il faut considérer la valeur nette résultante des f.m.m. relatives à tous les enroulements. On admettra que la tension appliquée à la charge est proportionnelle à la vitesse de variation du flux dans le noyau ; on peut montrer que le produit intégré de la tension aux bornes et du temps est constant pour un noyau donné par rapport à la vitesse d'inversion du flux.

Comme, en principe, il n'y a pas de limite à cette vitesse lorsque le courant de commande est suffisamment élevé, et comme l'énergie dissipée dans la charge est proportionnelle au produit du carré de la tension appliquée par le temps, il n'y a pas de limite à l'énergie disponible sur l'enroulement de sortie d'un noyau passant d'un état à l'autre. En particulier, l'énergie emmagasinée ne peut constituer une limitation. L'emploi d'impulsions de commande de hauteur suffisante, présentant un temps de montée suffisamment court, permet, en conséquence, d'inverser complètement le flux dans un noyau au moyen de l'énergie fournie par le signal de sortie en provenance d'un autre noyau de même grandeur. On peut dire que le noyau agit comme un amplificateur des signaux d'information, l'énergie étant fournie par les impulsions de commande IT et IC.

Un autre facteur à considérer dans le processus d'amplification est relatif aux vitesses d'inversion des flux dans les noyaux : si un digit 1, par exemple, doit être transféré de S2 en S3, la vitesse d'inversion du flux dans S3 doit être supérieure à celle d'inversion du flux dans S2. Si cette condition n'est pas satisfaite, le processus de transfert ne peut aboutir, le signal délivré par la sortie de S2 disparaissant avant que le flux dans S3 n'ait été complètement inversé. La condition peut être satisfaite en bobinant l'enroulement N2 avec un nombre de tours sensiblement plus élevé que l'enroulement N1. De cette façon, le courant induit dans le circuit qui relie S2 à S3 sera suffisamment important pour inverser complètement le flux dans S3 avant que ne le soit également le flux S2. On notera que, comme dans tout transformateur, le courant induit dans ce circuit est d'un sens tel que le flux qu'il engendre s'oppose aux variations du flux engendré par l'impulsion de commande IC.

Lorsqu'un digit 1 est transféré de S2 en S3, le faible courant qui circule dans le circuit de S1 tend à afficher un digit 1 dans S1 mais, par suite de la valeur choisie pour le rapport de transformation, l'inversion de flux n'est pas réalisée. Cependant, comme le flux dans S1 est partiellement modifié dans le sens qui correspond à l'affichage d'un digit 1, une amplification du signal ne serait pas souhaitable lors du transfert consécutif du digit de S1 en S2. De plus, quand le noyau contient un digit 0, l'impulsion de commande fait apparaître un léger courant dans les enroulements interconnectés, comme on peut le voir en considérant le cycle d'hystérésis de la figure 15. Une amplification de ce signal sera également indésirable lors du transfert du digit 0 du noyau au suivant.

Les petits signaux n'étant pas amplifiés, alors que les signaux plus importants le sont, on conçoit que le courant dans un noyau doit être assez élevé pour engendrer un champ magnétique au moins égal à H_a . Les courants inférieurs à cette valeur ne donneront pas lieu à une modification du flux après leur suppression, rendant impossible le transfert des petits signaux et les affaiblissement considérablement. L'inductance de fuites est un autre facteur qui contribue à affaiblir les petits signaux. Quand la variation de flux dans le noyau commandé est petite, la durée du signal de sortie est faible ; et, en raison des diverses inductances du circuit, les courants n'atteignent pas les valeurs qu'ils pourraient prendre en l'absence de ces inductances.

En d'autres termes, le gain du circuit de transfert est une fonction non linéaire de la hauteur du signal. Pour des petits signaux (digits 0), le gain est inférieur à l'unité, et la hauteur des signaux n'est pas accrue lors du transfert des digits 0 d'un noyau au suivant. Pour des signaux importants (digits 1), le gain est supérieur à l'unité, en sorte que la hauteur des signaux est conservée.

DETERMINATION DES ELEMENTS

Le bobinage des tores demande beaucoup de temps, aussi le critère principal pour la détermination des caractéristiques des enroulements est d'avoir le minimum de spires. D'après ce qui a été dit plus haut il faut que le rapport N_2/N_1 soit de l'ordre de 6.

L'expérience montre qu'avec les tores utilisés dans la maquette un rapport de 4 suffit. On constate qu'avec une

valeur faible de $N2$ et $N1$ l'information ne parcourt que quelques tores.

Au fur et à mesure que l'on augmente le nombre de spires l'information va plus loin dans le registre à circulation.

Pratiquement pour parcourir les 24 tores d'une mémoire à 12 digits il faut au moins $N2 = 20$ et $N1 = 5$

Nous avons pris $N2 = 24$ et $N1 = 6$

Pour l'enroulement d'impulsion, étant donné que l'on pouvait étudier le générateur de façon à avoir de fortes impulsions de courant, nous avons bobiné une seule spire.

La tension des impulsions est de l'ordre de quelques volts aux bornes des enroulements $N2$. Le champ coercitif des tores étant de l'ordre de 0,3 Ampères-tours, il faut donc que le courant qui parcourt $N1$ soit au moins égal à 0,3 soit 50 milliampères.

Pratiquement, on trouve dans les enroulements des courants d'environ 0,5 ampères. Il faut donc que la résistance des circuits soit très faible, ce qui exclut l'emploi de diodes à pointes dont la résistance directe, pour des tensions de l'ordre du volt est toujours supérieure à quelques dizaines d'ohms.

Nous avons utilisé des diodes à jonction au silicium, dont la caractéristique a l'allure ci-contre. Tant que la tension aux bornes de la diode est supérieure à 0,8 Volts, la résistance directe est très grande puis au delà de ce seuil, elle devient très faible (quelques 1/10 d'ohm)



Les signaux inférieurs à 0,8 volts seront donc barrés par la diode et ceux dépassant cette valeur ne seront pas freinés par celle-ci.

Lorsqu'on passe de l'état 1 à l'état 0 sur un tore il apparaît aux bornes de $N2$ une impulsion d'amplitude 1,6 Volts.

Lorsque le tore reste à l'état 0, il y a des impulsions parasites d'amplitude 0,6 volts.

Les impulsions ont l'allure suivante aux bornes de N2.

Les pics négatifs
correspondant à la tension
induite dans N2 au moment
de l'écriture dans N1



3.5. LES CIRCUITS LOGIQUES A DIODES ET TRANSISTORS

L'appareil utilise pour l'élaboration de certaines fonctions logiques des circuits à diodes. Ces circuits, qui sont entièrement passifs dégradent le signal d'information. Il est donc nécessaire lorsque l'information a traversé quelques circuits à diodes de régénérer le signal. Tenu compte de la technologie employée, il convient de déterminer la succession des circuits logiques de façon à régénérer le signal le moins souvent possible car la régénération nécessite des transistors, éléments plus coûteux et plus délicats que les diodes.

3.5.1. LES SUCCESSIONS DE FONCTIONS LOGIQUES

Toutes les fonctions logiques sont élaborées à partir des fonctions élémentaires, ou, et, complément.

La succession de deux fonctions ou : $(A+B)+(C+D)$ (1)
peut s'écrire : $A+B+C+D$ (2)

La logique à diode correspondant à (1)
peut être remplacée par la logique correspondant à (2)

Deux fonctions ou en série peuvent donc être remplacées par une fonction ou unique.

La succession de deux fonctions et $(AB)(CD)$ (1)
peut s'écrire $A.B.C.D.$ (2)
et la logique à diode de (2) peut remplacer la logique de (1)

Deux fonctions et en série peuvent être remplacées par une fonction et unique.

Il s'ensuit que deux fonctions élémentaires successives sont nécessairement "ou puis et", ou bien "et puis ou".

3.5.2. L'UTILISATION DES TRANSISTORS EN CALCUL NUMERIQUE

Dans le calcul numérique, le transistor doit pouvoir four-

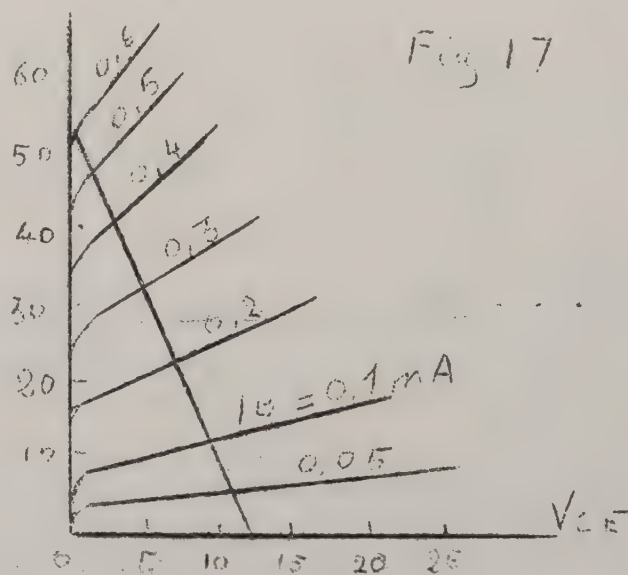
nir deux signaux bien distincts 1 et 0. Le signal 1 correspond à une tension élevée, sur la résistance de charge du transistor, et 0, à une tension très voisine de 0 sur cette résistance.

Les transistors utilisés sont des 2 N 527. (Caractéristiques en émetteur commun représentées sur la fig 17.

Le courant des transistors est dans certains cas, utilisé pour écrire dans des tores magnétiques.

Pour diminuer le nombre de spires bobinés sur les tores, on a intérêt à faire fonctionner les transistors avec un courant important. On est cependant limité par deux impératifs.

- a) la puissance dissipée dans la résistance de charge du transistor qui ne doit pas échauffer anormalement celle-ci.
- b) lorsqu'on utilise le transistor dans une bascule, il ne faut pas trop débiter sous peine d'un fonctionnement incorrect.



Pratiquement, nous avons choisi une résistance de charge de 220 Ohms. La puissance dissipée dans la résistance, avec une tension d'alimentation de 12 Volts, ne peut dépasser $12^2 / 220 = 0,66$ watt, qui peut être dissipé dans une résistance modèle 1 watt.

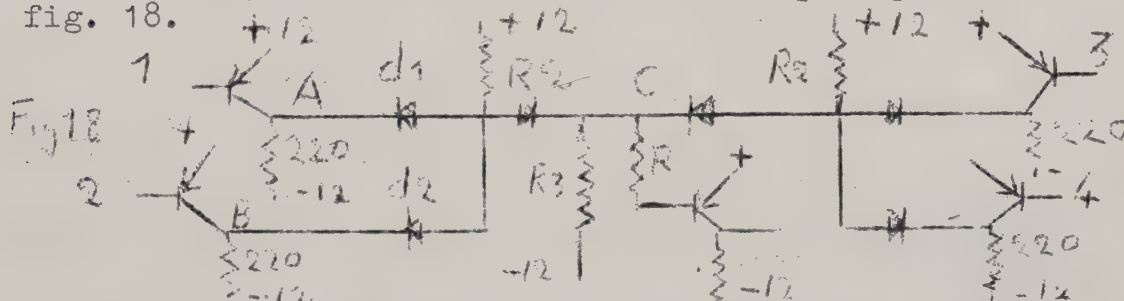
La bascule fonctionne correctement avec cette charge.

L'examen des caractéristiques du transistor sur lesquelles on a tracé la droite de charge montre que pour fonctionner dans la zone de tension de coude du transistor, il faut un courant de commande d'au moins 0,6 mA. On notera que la tension de coude est de l'ordre de 0,3 volts. Le fonctionnement dans cette zone correspond à l'apparition d'un maximum de tension sur la résistance de charge, c'est-à-dire le signal 1.

Le signal 0 sera obtenu pour des courants de commande les plus faibles possibles. Pour conserver une marge de sécurité suffisante en fonction de la température, de la dispersion des caractéristiques, du vieillissement, il ne faut pas que la tension résiduelle qui apparaît sur la résistance de charge dépasse 3 volts, ce qui correspond à un courant de base de 0,1 mA.

Ces contraintes étant fixées nous allons déterminer la meilleure succession de fonctions logiques à diodes, qui permette de commander un transistor dans les conditions énoncées ci-dessus.

- 3.5.3. La succession "Transistor, fonction et à diodes, fonction ou à diodes, transistor". Soit le montage représenté fig. 18.



Lorsque le transistor 1 n'est pas passant, il apparaît en A une tension produite par le diviseur de tension constitué par la résistance de charge de 220 ohms et la résistance R_2 . Si cette tension est trop élevée, et lorsque le transistor est utilisé dans une bascule, le fonctionnement de celle-ci est perturbé. Pratiquement il ne faut guère dépasser 2 volts, ce qui conduit à une valeur minimum de R_2 égale à environ 1000 ohms.

Pour amener le transistor de sortie à sa tension de coude, il faut un courant de commande d'au moins 0,6 mA, c'est-à-dire que $R_3 + R = 20\,000$ ohms. Lorsque les deux transistors 1 et 2 sont conducteurs il apparaît en A et B une tension d'environ 11,7 volts.

Le pont diviseur constitué par R_2 et R_3 fait apparaître en C une tension U égale à $12 \frac{(R_3)}{1000+R_3}$, R_3 étant inférieur à 20 000 ohms.

U est au plus égal à $12 \left(\frac{20\,000}{210\,00} \right) = 11,4$

U est donc nécessairement $< 11,7$ et les deux diodes d_1 et d_2 sont polarisées négativement.

Cette tension U étant inférieure à 12 volts, il apparaît dans R un courant.

Pour respecter les conditions du paragraphe 3.4.2 on doit avoir $12 - U > 10^{-4} R$.

Essayons de calculer les valeurs de R et R_3 qui vérifient

$$R + R_3 = 20\,000$$

$$12 - U = 2 \left(1 - \frac{R_3}{R_3 + 1000} \right) = 10^{-4} R$$

On en tire la relation :

$$120\,000\,000 = (20\,000 - R_3)(10\,000 + R_3)$$

$$R_3^2 + 100\,000\,000 - 19\,000\,R_3 = 0$$

Equation du second degré n'ayant pas de racines réelles.

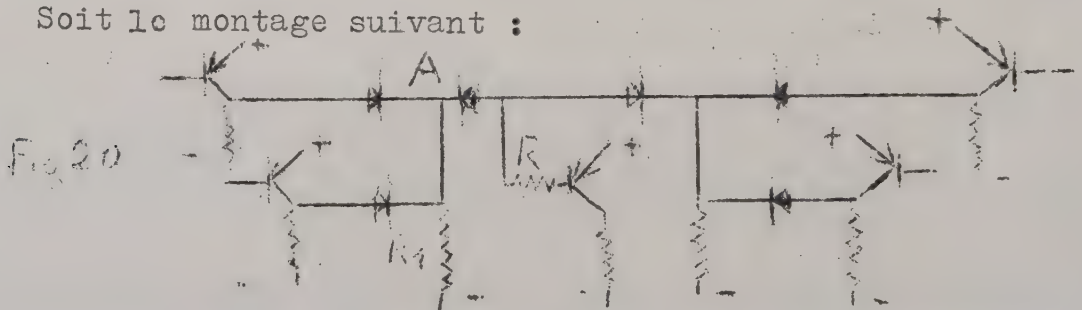
Il n'y a donc pas de solution.

Cette démonstration ne vise pas à prouver que le montage est absolument impossible. Moyennant quelques artifices, il est possible de le faire fonctionner. On a seulement voulu montrer que le montage étant en quelques sorte "limite".

Nous allons étudier maintenant une disposition beaucoup plus large et sure.

3.5.4. La succession "transistor, fonction ou a diodes transistor".

Soit le montage suivant :



Dans ce schéma, lorsqu'un transistor n'est pas conducteur, aucune tension n'est réinjectée sur sa résistance de charge du fait des diodes qui interdisent le passage d'un courant. Le fonctionnement des bascules ne pourra donc être perturbé. Lorsque le transistor est conducteur, il apparaît en A une tension de 11,7 volts et la résistance R_1 vient diminuer la résistance de charge du transistor. Pour ne pa

perturber celui-ci il ne faut pas que R_1 soit trop faible. La résistance R limite à 0,1 mA le courant de commande lorsque A est au potentiel 11,7 volts. Il faut donc $R \geq 0,3/10^{-4}$, soit 3000 ohms.

On a toujours la relation $R_1 + R \leq 20\ 000$ ohms.

On peut donc avoir $R_1 = 17\ 000$ ohms. L'introduction de cette résistance ne surcharge absolument pas les transistors.

On voit donc que ce montage permet avec beaucoup de sécurité une régénération de signal après deux fonctions logiques à diodes. Il n'est évidemment pas possible de placer une troisième fonction en série, puisqu'on serait ramené au cas du paragraphe 3.4.3.

Conclusion :

Les logiques à diodes comporteront au maximum deux fonctions en série sans régénération et elles seront toujours dans l'ordre "ou et".

3.6. LE SOUSTRACTEUR D'ENTREE. REPERE 1

Le soustracteur d'entrée dérive d'un additionneur utilisé plusieurs fois dans le régulateur. Nous allons d'abord examiner ce dernier.

3.6.1. L'ADDITIONNEUR MIXTE

L'idée conductrice de la technique de cet appareil était d'utiliser le minimum d'éléments, en particulier de transistors, qui peuvent toujours être sujets à des pannes, et sont sensibles aux variations de température.

Toutes les fois qu'il a été possible de le faire on a utilisé des logiques à tores magnétiques, qui sont d'une grande robustesse et insensibles à la température.

3.6.1.1. LA BASCULE COMME SEMI-ADDITIONNEUR

Considérons une bascule bistable classique. Soit une de ses sorties et soit " r " le digit que celle-ci représente. Soit un signal " a " appliqué à son entrée.

Suivant les relations entre a et r , la sortie de la bascule prend une nouvelle valeur S' . On a les combinaisons suivantes.

r	a	S'
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Une bascule fournit le "ou exclusif" du nombre qu'elle contient et du nombre incident

$$S' = a \oplus r$$

3.6.1.2. LE SEMI-ADDITIONNEUR A BASCULE

Soit deux nombres exprimés dans la numération binaire

a^n a^{n-1} a^1 a^0 a^n représente le digit de poids n.
 b^n b^{n-1} b^1 b^0

La somme sera de la forme $S^n S^{n-1} \dots S^1 S^0$

Le digit S^p de poids p s'obtient en ajoutant les deux digits de poids p de a et b à la retenue r^p de poids p issue de la somme de a^{p-1} et b^{p-1} .

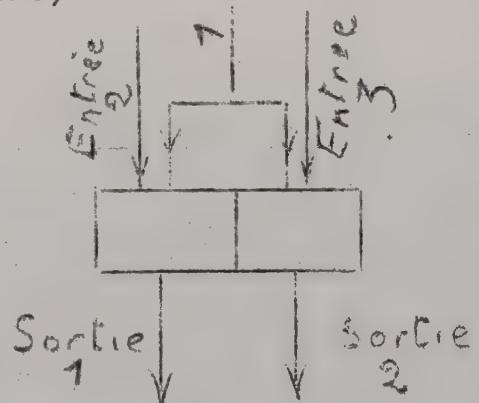
L'additionneur mixte calcule S^p en utilisant 2 demi-additionneurs dont le premier ajoute a^p à r^p . Ce demi-additionneur consiste en une bascule dans laquelle on a affiché r^p et qui reçoit a^p . Elle fournit $S^p = a^p \oplus r^p$ qui est une semi-addition.

Affichage de r^p dans la bascule.

La bascule comporte trois entrées. La première, qui reçoit l'impulsion a^p applique le signal aux deux transistors, et fait fonctionner la bascule en demi-additionneur (voir figure ci-contre)

La seconde est appliquée à un seul transistor.

Une impulsion positive appliquée à ce transistor à pour effet de faire apparaître un digit 1 (12 volts) sur la charge de l'autre transistor (sortie 2)



si ce dernier n'était pas passant, et de le laisser passant s'il l'était déjà.

Soit $\bar{x}$ l'état primitif de la sortie 2 de la bascule et y le signal appliqué à la seconde entrée.

L'impulsion y fait apparaître sur la sortie 2 de la bascule un digit $\bar{z}$

On a les cas suivants :

$\bar{x}$	y	$\bar{z}$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

d'où $\bar{z} = \bar{x} + y$.

La sortie 1 de la bascule fournit $z = \overline{\bar{x} + y} = x\bar{y}$

Supposons que la sortie 1 représente S^{p-1} résultat de la semi addition de a^{p-1} et r^{p-1} et que y soit égal à $S^{p-1} b^{p-1}$.

La sortie 1 sera égale à :

$$\begin{aligned} S^{p-1} \overline{b^{p-1}} S^{p-1} &= S^{p-1} (\overline{S^{p-1}} + b^{p-1}) = \\ &= S^{p-1} b^{p-1} \end{aligned} \quad (1)$$

La troisième entrée est appliquée à l'autre transistor. Soit u le signal appliqué à cette entrée, on aura :

$$z = x + u$$

Si x est égal comme précédemment à S^{p-1} et si u est égal à $a^{p-1} \overline{S^{p-1}}$, la sortie 1 sera égale à $S^{p-1} + a^{p-1} \overline{S^{p-1}}$ (2)

DISCUSSION :

- si $S^{p-1} = 1$, on a la relation $a^{p-1} \overline{S^{p-1}} = 0$, l'état de la bascule ne peut être régi que par la relation (1)
- si $S^{p-1} = 0$, on a $S^{p-1} b^{p-1} = 0$, l'état de la bascule ne peut être régi que par la relation (2)

Donc la sortie 1 de la bascule est égale à (1) ou (2)

$$= r^{p-1} b^{p-1} + a^{p-1} \overline{s^{p-1}}$$

- 50 -

D'autre part, on a :

$$s^{p-1} = a^{p-1} \otimes r^{p-1} = a^{p-1} \overline{r^{p-1}} + a^{p-1} r^{p-1}$$

En supprimant les exposants :

$$\begin{aligned} s'b + a\bar{s}' &= b(a\bar{r} + \bar{a}r) + a(\bar{a}\bar{r} + \bar{a}r) \\ &= b(a\bar{r} + \bar{a}r) + a(\bar{a}\bar{r} + \bar{a}r) \\ &= b(a\bar{r} + \bar{a}r) + a(\bar{a} + r)(a + \bar{r}) \\ &= b(a\bar{r} + \bar{a}r) + ar \quad (3) \end{aligned}$$

Or (3) est l'expression de la retenue de la somme de a avec b et r.

En reprenant les exposants (3) est égale à r^p retenue de la somme de a^{p-1} avec b^{p-1} et r^{p-1} .

L'affichage de r^p dans la bascule est effectué au moyen des impulsions fournies par des tores magnétiques dans la phase transfert T. Dans la phase calcul C, le nombre a^p est appliqué à la première entrée de la bascule, dont la sortie 1 fournit alors s^p .

3.6.1.3 - Nous venons de voir que si une bascule contient s^{p-1} en appliquant pendant la phase transfert une impulsion $s^{p-1} b^{p-1}$ à la seconde entrée (définie en 3.4.1.2) et une impulsion à $p-1$. s^{p-1}

à la troisième entrée, il apparaît r^p dans la bascule. Les impulsions $s^{p-1} b^{p-1}$ et $a^{p-1} \overline{s^{p-1}}$ sont chacune issues d'un tore magnétique, lus en phase transfert et dans lesquels on avait préalablement écrit, en phase calcul les digits $s^{p-1} b^{p-1}$ et $s^{p-1} a^{p-1}$.

Pour cela on utilise la propriété des tores magnétiques (paragraphe 3.3.2) de réaliser aisément le produit ab de deux fonctions logiques a et b.

Dans le premier tore, un enroulement est parcouru par le courant de la sortie 1 du semi-additionneur, c'est-à-dire un courant représentant s^{p-1} pendant la phase calcul et r^p pendant la phase transfert.

Mais pendant la phase transfert on a nécessairement $b^{p-1} = 0$ d'où $\overline{b^{p-1}} = 1$. On écrirait donc dans le tore, pendant la phase transfert la fonction $r^{p-1} \overline{x_1} = r^{p-1}$.

Un deuxième enroulement bobiné en sens inverse est parcouru par un courant représentant b^{p-1} . On réalise ainsi l'écriture de $S^{p-1} \overline{b^{p-1}}$. Pour l'éviter, un troisième enroulement bobiné en sens inverse du bobinage de S^{p-1} est parcouru par un courant qui circule pendant la phase transfert. Il empêche donc toute écriture en phase transfert. On a donc réalisé dans le tore l'écriture du digit $\overline{b^{p-1}}.C. S^{p-1}$. C étant une fonction logique égale à 1 en phase calcul.

Le deuxième tore comporte un enroulement parcouru par a^{p-1} et un autre bobiné en sens inverse parcouru par S^{p-1} . On a ainsi réalisé $a^{p-1} \overline{S^{p-1}}$. Comme a^{p-1} est toujours nul en phase transfert $a^{p-1} \overline{S^{p-1}}$ est aussi nul en phase transfert.

3.6.1.4. Le semi-additionneur à diodes.

On dispose avec le semi-additionneur à bascule de la semi-addition $a^p \oplus r^p = S^p$. Il faut maintenant réaliser la deuxième semi-addition $S^p \oplus b^p$, ce qui est fait avec un semi-additionneur à diodes.

Un inverseur à transistor fournit les signaux b^p et $\overline{b^p}$.

Le semi-additionneur comporte en série deux fonctions logiques à diodes. Le signal de sortie devra ensuite être régénéré pour être transmis aux fonctions logiques suivantes. Comme il a été indiqué au paragraphe 3.5.4. on aura obligatoirement une fonction "ou" suivie d'une fonction "et".

Il faut tenir compte de cette condition dans l'établissement des relations logiques.

Le semi-additionneur à bascule fournit S^p pendant la phase "calcul" C mais fournit r^p en phase "transfert" T. Il convient d'éliminer r^p en phase T, puisque la somme $S^p = b^p \oplus S^p$ doit être nulle en phase T.

On utilise le montage représenté : Fig. 21

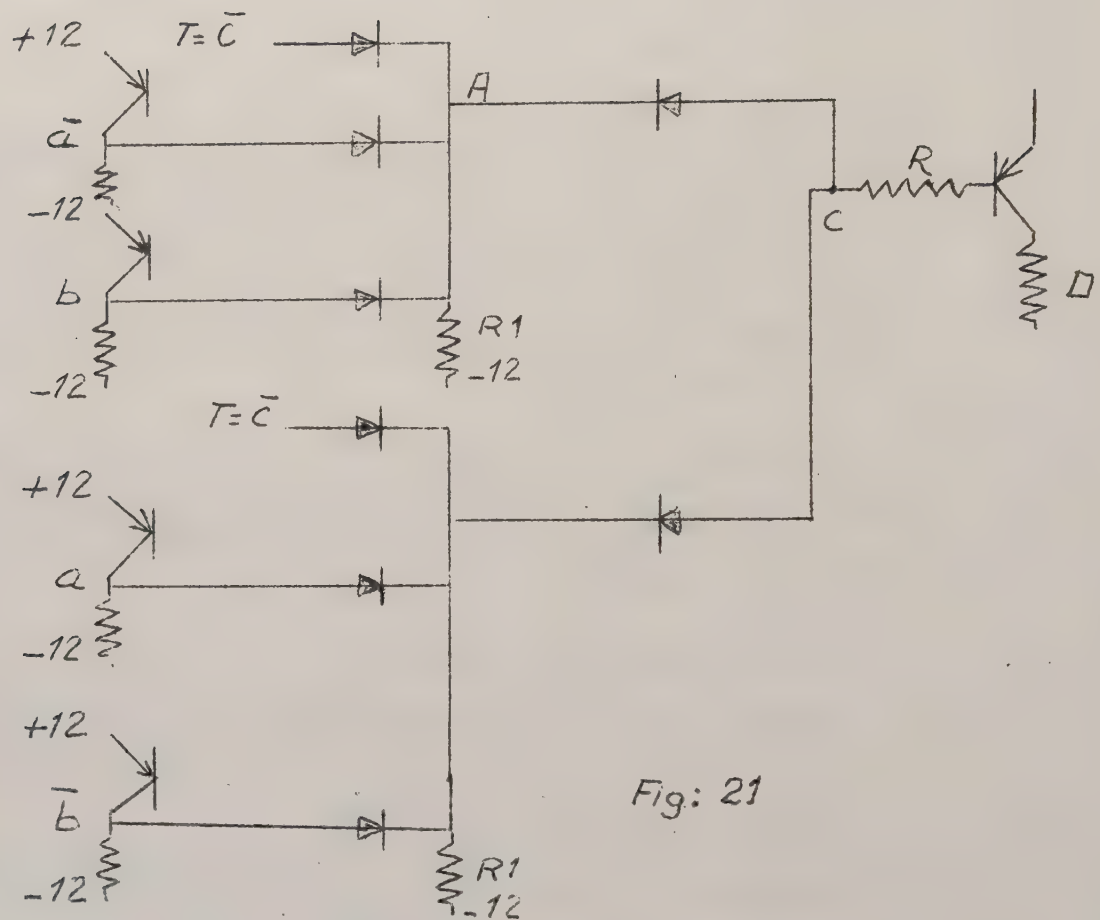


Fig: 21

Les équations logiques du montage sont les suivantes, avec les conventions de la figure.

En C, il apparaît une fonction logique F égale à :

$$F = (\bar{a} + b + \bar{c}) (a + \bar{b} + \bar{c})$$

$$= \bar{a}\bar{b} + \bar{a}\bar{c} + ab + b\bar{c} + a\bar{c} + \bar{b}\bar{c} + \bar{c} = (I)$$

Le transistor de sortie est un inverseur, et fournit donc le complément de (1) soit, en utilisant les théorèmes de MORGAN.

$$\bar{F} = \overline{\bar{a}\bar{b}} \cdot \overline{\bar{a}\bar{c}} \cdot \overline{ab} \cdot \overline{b\bar{c}} \cdot \overline{a\bar{c}} \cdot \overline{\bar{b}\bar{c}} \cdot \overline{\bar{c}}$$

$$= (a + b) (a + c) (\bar{a} + \bar{b}) (\bar{b} + c) (\bar{a} + c) (b + c) \cdot c$$

$$= (a\bar{b} + b\bar{a}) (a + c) (\bar{b} + c)$$

$$= (a\bar{b} + b\bar{a}) c$$

Si l'on donne à "a" la valeur b^p , à "b" la valeur s^p , et à "c" la valeur $\overline{c} = T$, on a en D la fonction

$$(b^p \overline{s^p} + \overline{b^p} s^p) c = s^p$$

3.6.2 . Le soustracteur mixte

Les soustracteurs utilisent la méthode du complément à 2 pour soustraire un nombre b d'un nombre a, on ajoute à a le complément à 1 de b, c'est-à-dire $\overline{b}$ et on ajoute à la somme des deux digits de poids 0 de $\overline{b}$ et a une retenue d'ordre 0 égale à 1 (alors que dans l'addition la retenue d'ordre 0 est nulle).

Pour convertir un additionneur en soustracteur, il faut dans toutes les équations logiques remplacer b^p par $\overline{b^p}$ et ajouter une retenue d'ordre 0 égale à 1.

Dans le semi-additionneur, un inverseur à transistor fournit les signaux b^p et $\overline{b^p}$. Le courant représentant b^p traverse un enroulement du premier tore magnétique (paragraphe 3.5.1.3.) de sens contraire à celui parcouru par le courant s^p de façon à écrire $s^p \overline{b^p}$. Dans le soustracteur on remplace le courant représentant b^p par $\overline{b^p}$ et on écrit dans le tore le digit $s^p \overline{b^p} = s^p b^p$. On a donc remplacé dans cette relation logique b^p par son complément à 1. Dans le semi-additionneur à diodes, on remplace également b^p par son complément.

Le second tore du semi-additionneur à bascule est connecté à la troisième entrée de la bascule. Lorsqu'il fournit une impulsion, il crée dans la bascule l'état 1, c'est-à-dire puisque l'impulsion a lieu en phase transfert, une retenue égale à 1. Pour réaliser le soustracteur, il faudra que pendant la phase transfert du digit précédent le digit de poids zéro, la bascule contienne une retenue égale à 1. Ce digit est le digit de poids 15 du cycle précédent (12 dans la maquette). On écrira donc pendant la phase calcul du digit de poids 15, un digit égal à 1 dans le tore donnant le signal $a^p \overline{s^p}$. Celui-ci le restituera en phase transfert du digit de poids 15 plaçant la bascule dans l'état 1, c'est-à-dire une retenue égale à 1. Cette retenue sera ajoutée à la somme des digits de poids 0 des nombres a et b du cycle suivant, réalisant ainsi la retenue d'ordre 0.

On a vu que dans le décodeur du compteur de commande, on dispose du digit de poids 15. Au moyen d'une logique

à diodes on réalise la fonction D 15. C qui n'est égal à 1 que lorsqu'on est en phase calcul et lorsque le digit D 15 est égal à 1. Un amplificateur à transistor permet d'écrire D 15. C dans le tore donnant $S'P$. Dans le soustracteur, on écrit dans le premier tore $S'P_{bp} = S'P_{bp}$. Comme bp est nécessairement nul en phase transfert, on ne risque pas pendant cette phase d'écrire $S'P$ intempestivement.

Il n'y a pas lieu de prévoir d'enroulement parcouru par un courant pendant la phase transfert.

DETERMINATION DES ELEMENTS

1) Bobinage des tores des additionneurs et soustracteurs

La bascule à transistor ne donne pas un fonctionnement satisfaisant lorsque le débit du transistor est trop important. Avec une tension d'alimentation de 12 volts il est difficile de descendre en dessous de 150 ohms de charge. Nous avons admis comme minimum 220 ohms. Cette charge se compose d'une part de la résistance de charge dans le collecteur, et d'autre part, de tous les circuits logiques qu'alimente la bascule. Nous avons admis l'égalité de ces deux charges, ce qui a conduit à prendre 470 ohms comme résistance de charge dans le collecteur. Le courant qui traverse cette résistance est donc $\frac{12}{470} = 25 \times 10^{-3}$ Ampères.

Ce courant sert à écrire dans les tores.

Le champ coercitif de ceux-ci varie de 0,23 à 0,27 Ampères tours.

Pour les enroulements d'écriture, nous avons bobiné 15 spires qui donnent $15 \times 25 \times 10^{-3} = 0,375 A \cdot t$

Pour les enroulements complémentaires, destinés à empêcher l'écriture ils comportent 10 spires.

Le champ résiduel $(15 - 10) \times 25 \times 10^{-3} = 0,125 A/t$ est insuffisant pour écrire dans un tore.

Comme pour les tores de mémoire l'enroulement impulsion ne comporte qu'une spire.

Pour commander une bascule il faut une impulsion d'au moins 0,3 volts.

La tension induite dans une spire de l'enroulement de sortie du tore est de 0,1 volt. Il faut donc au moins

3 spires. Nous avons bobiné 7 spires.

Lorsque le tore est dans l'état 0, le passage de l'impulsion courant fait apparaître une petite impulsion parasite. Si l'on bobine 13 à 14 spires sur l'enroulement de sortie, ces impulsions sont suffisantes pour commander intempestivement la bascule. Nous avons choisi la valeur intermédiaire de 7 spires.

2) La bascule (fig. 22)

Elle est indentique à celle décrite au paragraphe 3.1. Elle comporte en plus la diode d et la capacité C . Ce circuit est destiné à piéger les impulsions parasites que donne le tore et qui perturbent la bascule. Les impulsions sont très fortement atténuées par le diviseur constitué, par l'impédance faible de la capacité vis à vis des impulsions, et la forte résistance inverse de la diode.

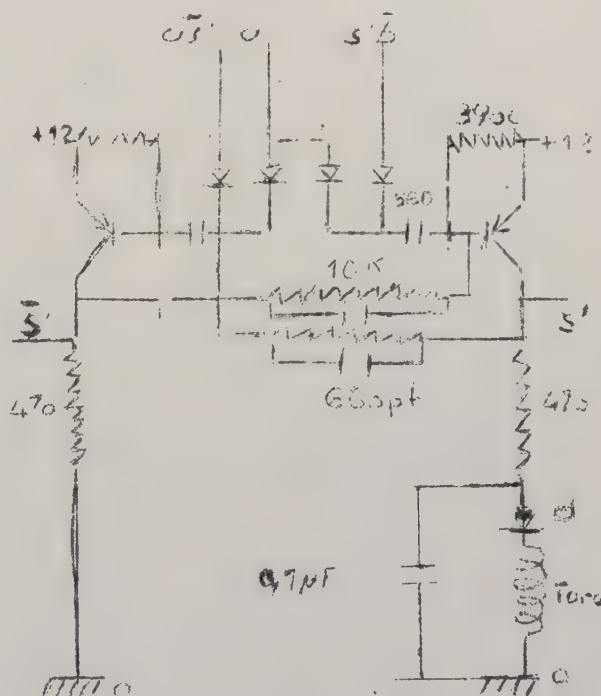


Fig. 22

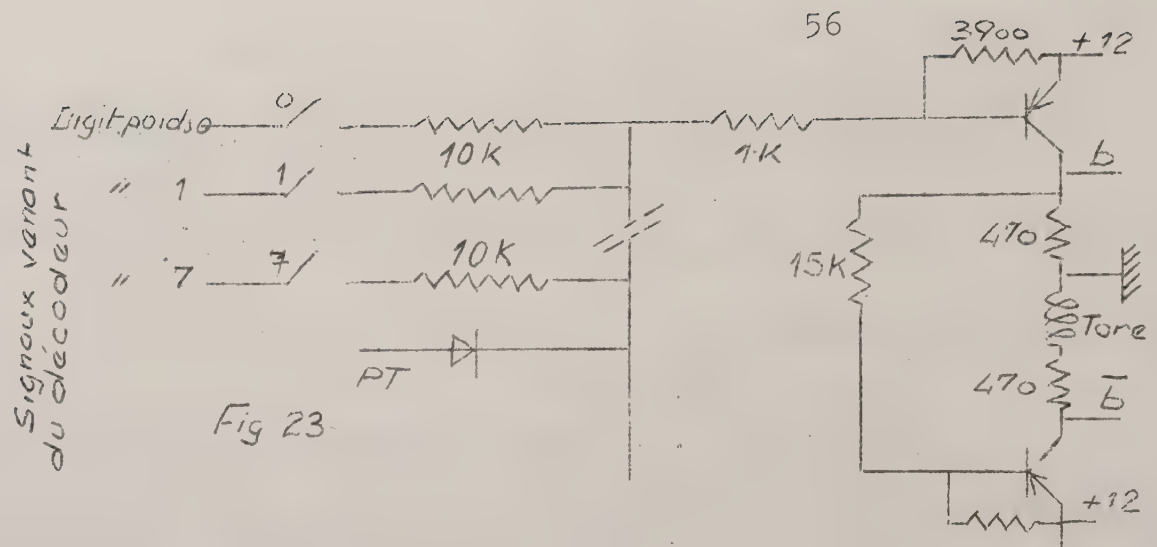
3.6.3. Le soustracteur d'entrée.

C'est un soustracteur mixte. Les digits "mesure" issus du tore de sortie du convertisseur analogique numérique de mesure attaquent l'entrée double que nous appellerons entrée "A" du soustracteur. En même temps ils parcourent l'enroulement a du tore aS' .

Les digits fournis par la référence attaquent l'inverseur à transistor du semi-additionneur à diodes représenté fig. 23

0,1,2,3,4,5,6,7 sont les contacts des commutateurs d'affichage de référence.

PT est une fonction logique égale à 1 pendant la phase transfert. On l'utilise pour rendre nul le signal b en phase transfert.



Les résistances placées dans les bases des transistors sont calculées de façon à saturer le transistor lorsqu'on leur applique la tension représentant 0.

Le signal de sortie du semi-additionneur à diodes attaque un amplificateur inverseur représenté fig. 21 qui écrit le résultat du calcul dans le premier tore de la mémoire de gain que nous appellerons MAP, mémoire d'action proportionnelle.

Le soustracteur mixte est organisé de façon à fournir A-B A étant le signal reçu sur sa bascule et B celui reçu par l'inverseur. Les impulsions fournies par le dernier tore du convertisseur analogique numérique peuvent être utilisées directement pour commander la bascule du soustracteur.

Par contre les digits issus du décodeur ne peuvent commander une bascule, car, comme on l'a indiqué au paragraphe 331, il apparaît des impulsions parasites, qui perturbent la bascule (fonctionnements intempestifs).

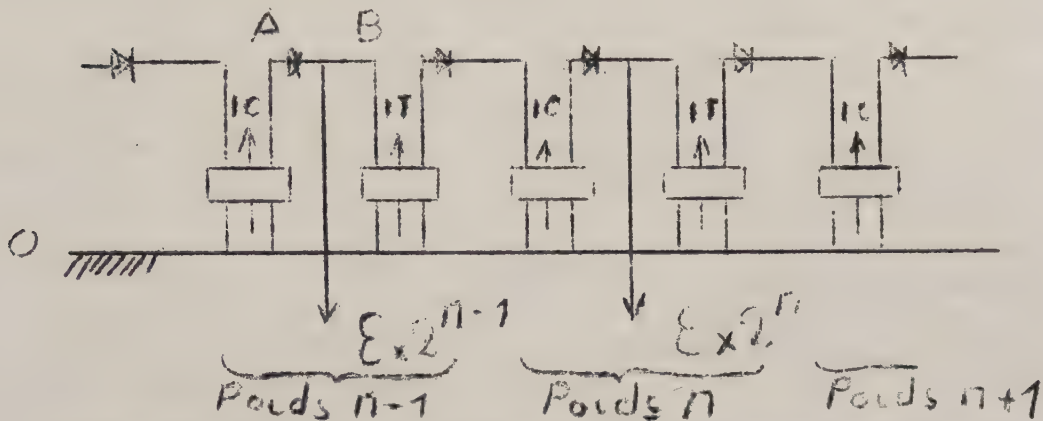
On a donc été amené à appliquer le signal du convertisseur à l'entrée A et la référence à l'entrée B. On effectue l'opération :

Mesure - consigne = $-\epsilon$. On obtient l'inverse de l'écart.

3.7 LA MEMOIRE DE GAIN

On a vu au paragraphe 2224 qu'il fallait obtenir un gain réglable de 1 à 2^7 (128), ce qui nécessite de pouvoir retarder le signal de 7 fois PT. Il faut donc un registre pouvant contenir 7 digits. Le registre de la maquette n'en comporte que 4.

Le signal est prélevé aux bornes de l'enroulement écriture des tores lus en phase transfert comme indiqué sur la fig. 24



Nous désignerons ce signal par MAP mémoire d'action proportionnelle.

On a vu au paragraphe 3.3.4 que l'impulsion utile avait en A une amplitude de 1,6 volts et 0,8 Volt en B tandis que l'impulsion parasite avait respectivement 0,6 Volt et 0 Volt.

Le rapport signal sur bruit de fond est donc excellent en B et l'amplitude du signal est suffisante pour commander une bascule.

Une fiche mobile permet de connecter la bascule de lecture des tores à la sortie d'un quelconque des tores et ainsi de régler le gain.

A la fin d'un cycle Δt de calcul, la mémoire de gain contient alors l'écart mesure consigne ϵ , et supposons que le gain soit égal à 2^p . On prélève donc le signal au même tore de la mémoire. Pour éviter qu'au cycle suivant on ne lise les digits de poids compris entre p et 15 qui étaient restés dans la mémoire, il faut qu'à chaque fin de cycle on efface totalement le contenu de la mémoire de gain. Pour cela on bobine sur tous les tores lus en phase calcul un enroulement d'effacement qui est parcouru par un courant pendant le digit d 15 (d 11 dans la maquette). On se sert pour cela du courant qui écrit la retenue de poids 0 dans les soustracteurs.

3.8

LE TOTALISATEUR D'ACTION INTEGRALE ET SON REGISTRE

On utilise un soustracteur mixte dont l'entrée "a" reçoit le contenu de la mémoire intégrale $\sum_{0}^{n-1} g\xi$ et l'entrée "b" le signal issu de la mémoire de gain. Ce dernier signal est égal à $-g\xi n$.

On effectue donc $\sum_{0}^{n-1} g\xi - (-g\xi n) = \sum_{0}^{n-1} g\xi + g\xi n$

L'inverseur du soustracteur est constitué par une bascule à deux entrées dont l'une est commandée par MAP et l'autre par PT, (phase transfert) qui assure le retour à zéro en phase transfert.

Cette bascule est d'ailleurs commune au totalisateur d'action intégrale, au soustracteur d'action dérivée, et à l'additionneur d'action proportionnelle et intégrale qui utilisent $g\xi$

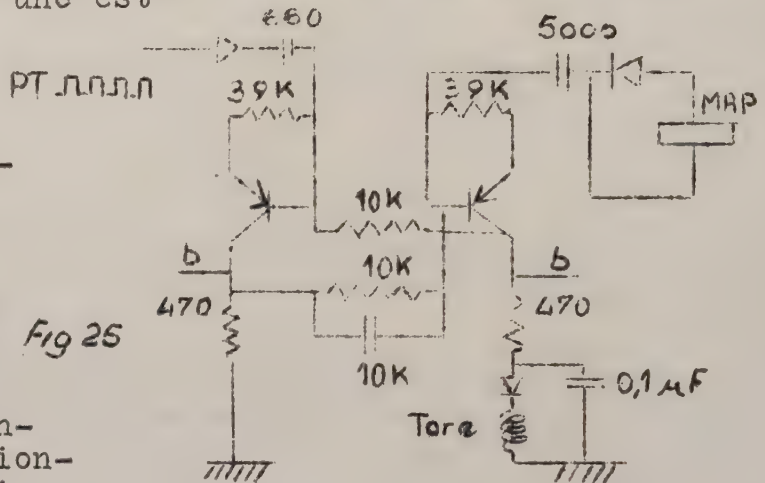


Fig 25

Le registre intégral est une mémoire à circulation de 16 digits (12 dans la maquette). L'information la parcourt d'un bout à l'autre pendant le cycle Δt .

Pendant la traversée du registre, l'information s'est dégradée.

L'amplitude du signal a baissé et les impulsions sont moins raides, plus longues. Dans de telles conditions la bascule du totalisateur donne des fonctionnements intempestifs.

On a préféré "régénérer le signal" au moyen d'une bascule à double entrée représentée fig. 26.

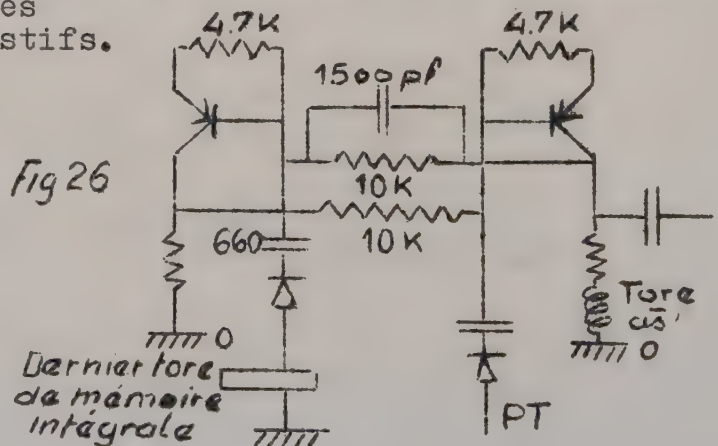


Fig 26

3.9. LE DIVISEUR

Soit l'instant où l'on traite, dans le calculateur le digit de poids p .

La répartition de l'information dans la mémoire intégrale, se fait de la façon suivante.

On appelle l_n^p le digit de poids p , contenu dans la mémoire intégrale, et obtenu à la même séquence de calcul.

On peut représenter de la façon suivante la mémoire intégrale.

Numéro d'ordre du tore ;	0	1	2	3	4....	12	13	14	15
Contenu de la mémoire ;	l_n^{p-1}	l_n^{p-2}					l_{n-1}^{p+2}	l_{n-1}^{p+1}	l_{n-1}^p

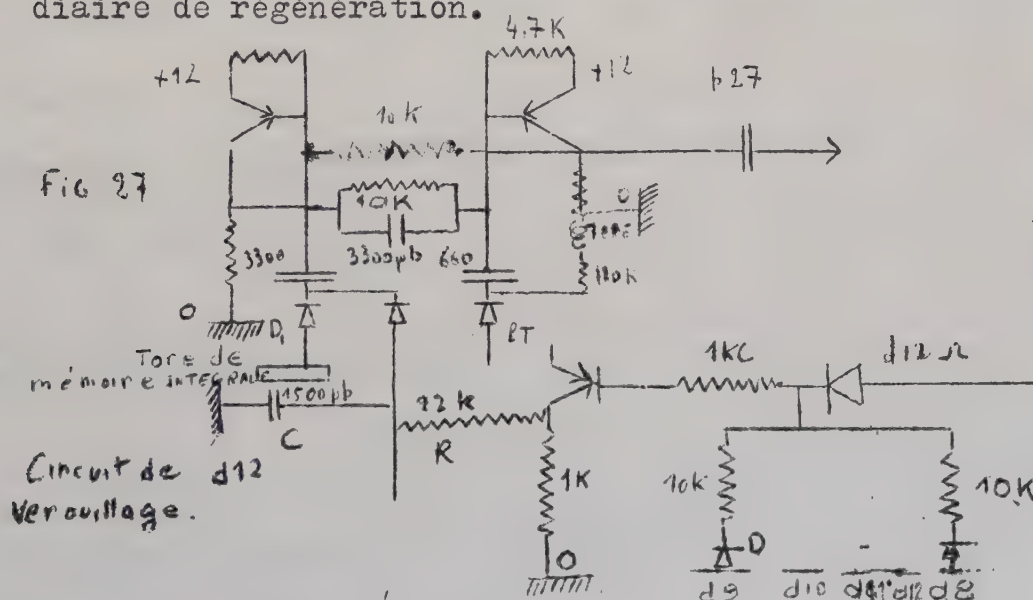
C'est le contenu du tore 15 qui est ajouté au digit g^p (g^p désigne le digit de poids p du nombre g)

La somme obtenue qui est égale à l_n^p est réinjectée dans le tore 0.

Si au moment où l'on traite le digit de poids p dans le calculateur et que l'on prélève et utilise au même temps le digit contenu par exemple dans le tore 13, on aura donné à ce digit qui avait le poids $p+2$, le poids p . On l'a donc divisé par 2^2 .

Pour diviser le contenu de la mémoire intégrale, on va prélever le signal contenu dans un tore distant de 1,2,m, intervalles du tore 15 pour diviser par 2, 2^2 , 2^m .

Le prélèvement se fait exactement comme pour la mémoire de gain. Cette méthode de prélèvement, ne permet pas l'écriture dans un tore directement. On utilise une bascule intermédiaire de régénération.



Considérons de nouveau le cas où l'on prélève le signal dans le tore 13 de la mémoire intégrale. Lorsque le digit de poids 0 est traité dans le régulateur, le diviseur reçoit le digit de poids 2 qui est contenu à cet instant par le tore 13. Au digit de poids 13 dans le calculateur, le diviseur reçoit le digit de poids 15, c'est-à-dire le dernier digit du contenu de la mémoire. Au digit de poids suivant, soit 14 dans l'exemple traité, c'est le digit de poids 0 du cycle suivant qui serait lu par le diviseur, ce qui ne doit arriver en aucun cas.

Il convient donc de verrouiller le diviseur à partir du digit 14 c'est-à-dire d'une façon plus générale;

Si l'on divise par 2^p , il faut verrouiller à partir du digit de poids $15-p+1$

Dans la maquette à 12 digits, de mémoire, il faut verrouiller à partir de $12 - p + 1$. Nous nous sommes fixés une division maximum de $\frac{1}{2^4} = \frac{1}{16}$ qui suffit au servomécanisme étudié avec la maquette.

Nous verrouillerons donc le diviseur à partir du digit de poids $12 - 4 + 1 = 9$ en utilisant le montage représenté fig.27

La base du transistor de verrouillage est connectée, à travers des résistances de 10000 ohms;

d'une part a un signal prélevé dans le compteur de commande qui est égal à 0 pendant les digits 9-10-11-12, ce qui est équivalent au fait d'avoir connecté les digits $\bar{d}_9, \bar{d}_{10}, \bar{d}_{11}, \bar{d}_{12}$

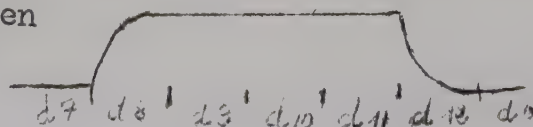
d'autre part, au digit $\bar{d}_8$ également issu du compteur.

La base reçoit également, sans résistance et à travers une diode le signal d_{12} qui bloque le transistor pendant d_{12} , car il apparaît, au point C + 12 Volts pendant d_{12} , ceci indépendamment de ce qui est appliqué en D.

En A, on a donc un signal qui est égal à 12 volts pendant les digits, d_8, d_9, d_{10}, d_{11} . Ce signal est représenté fig.28

Le circuit RC a pour but de retarder l'apparition et la disparition de cette tension. Cet artifice a été réalisé pour être sûr qu'en d_9 , on a bien 12 volts en A et 0 en d_0 .

FIG 28



Pendant d9, d10, d11, d12, la tension de 12 volts en A polarise la diode D1 et empêche le passage des impulsions venant du tore de la mémoire intégrale.

3.10 LE SOUSTRACTEUR D'ACTION DERIVEE ET SON REGISTRE.

Au moyen d'un amplificateur qui reçoit le signal $-g\mathcal{E}$ à son entrée et fournit lui même le signal $-g\mathcal{E}$, on écrit dans un registre de 16 digits (12 dans la maquette) le nombre $-g\mathcal{E}$. Ce nombre est récupéré à la sortie du registre ou il apparaît avec un retard de un cycle. Il est donc égal à $-g\mathcal{E}_{n-1}$; $n-1$ désignant la $n-1$ ème séquence de calcul. On le soustrait du nombre $-g\mathcal{E}_n$ et on obtient $-g\mathcal{E}_{n-1} - (-g\mathcal{E}_n) = g\mathcal{E}_n - g\mathcal{E}_{n-1} = g\Delta\mathcal{E}$

Le soustracteur consiste en un soustracteur mixte, dont la bascule reçoit ses impulsions du dernier tore du registre contenant $-g\mathcal{E}$ et l'inverseur consiste en la bascule de lecture de la mémoire d'action proportionnelle.

L'amplificateur de sortie du soustracteur écrit dans une mémoire à tore, à 4 digits (3 dans la maquette) appelée mémoire d'action dérivée qui sert à multiplier $g\Delta\mathcal{E}$ par la constante de temps τ_1 .

Cette mémoire, comme la mémoire d'action proportionnelle est effacée à la fin de chaque cycle par le digit d15 (d11 dans la maquette)

3.11 L'ADDITIONNEUR D'ACTION INTEGRALE ET D'ACTION PROPORTIONNELLE.

C'est un soustracteur mixte qui effectue $\frac{1}{\tau_2} \sum_0^n g\mathcal{E} - (-g\mathcal{E}_n)$

$$= \frac{1}{\tau_2} \sum_0^n g\mathcal{E} + g\mathcal{E}_n$$

La bascule du diviseur commande la bascule du soustracteur et l'inverseur consiste en la bascule de lecture de la mémoire proportionnelle.

3.12 L'ADDITIONNEUR DE SORTIE

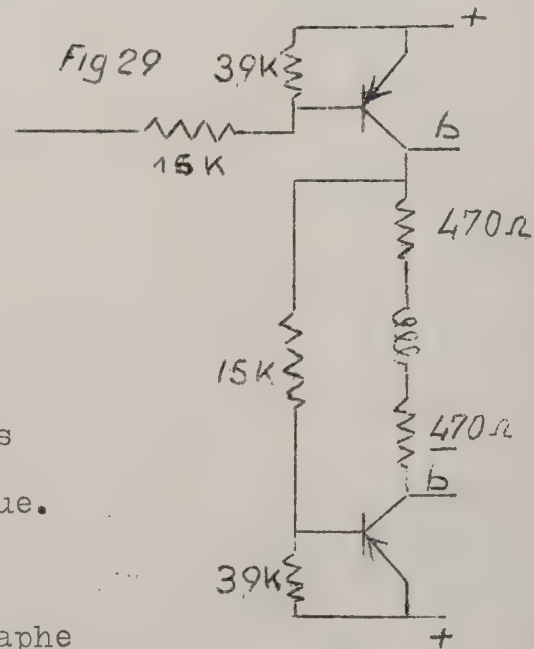
C'est un additionneur qui effectue

$$\left[\frac{1}{\tau_2} \sum_0^n g\mathcal{E} + g\mathcal{E}_n \right] + \tau_1 g \Delta\mathcal{E}$$

La lecture du signal dans la mémoire d'action dérivée se fait exactement de la même façon que dans la mémoire intégrale et la mémoire proportionnelle et ce signal commande une bascule de régénération identique à celle de la fig. 27

Cette bascule commande à son tour la bascule d'un additionneur mixte.

L'inverseur représenté (Fig 29) est commandé par le signal de sortie de l'additionneur intégral et proportionnel.



L'amplificateur de sortie de l'additionneur de sortie va écrire le résultat du calcul dans le premier tore du registre du convertisseur numérique analogique.

3.13 LES LIMITEURS

Comme il a été indiqué au paragraphe 2.2.3.4. lorsque des saturations sont atteintes dans le calculateur, il faut modifier le signal de sortie en conséquence. Pratiquement, pour des raisons de simplicité, on s'est contenté dans la maquette de 2 limitations.

3.13.1 LIMITATION HAUTE

Dans la maquette, le signal de sortie ne comporte que 8 digits. Il peut arriver que le résultat du calcul fournisse des digits de poids supérieur à 7, égaux à 1. Il faut alors que le signal de sortie prenne sa valeur maximum, soit |||||

On dispose pour cela d'un tore magnétique appelé TLH comportant deux enroulements d'écriture de chacun 7 spires. Le premier est parcouru par un courant I_1 , lorsque sont traités les digits de poids 8,9,10,11 et un courant nul pendant le traitement des digits 0.1.2.3.4.5.6.7.

Ce courant I_1 est fourni par le compteur de commande, et a une valeur d'environ 25 mA. Il fournit au tore $0,025 \times 7 = 0,175$ Ampères/tours ce qui est insuffisant pour le porter dans l'état 1.

Appelons DPI "digits proportionnels et intégrals" le signal issu de l'additionneur proportionnel et intégral, ce dernier étant appelé API.

Le deuxième enroulement du tore TLH est parcouru par un courant L2 donne par l'amplificateur de sortie de API.

L2 est égal à 25 m A lorsque DPI vaut 1 et 0 lorsque DPI = 0.

Lorsque DPI est égal à 1 pour les digits de poids compris entre 0 et 7 inclus, le courant L2 ne porte pas TLH dans l'état 1.

Lorsque DPI est égal à 1 pour des digits compris entre d 8 et d 11 inclus, le tore reçoit $2 \times 0,175 \text{ At} = 0,350 \text{ At}$ ce qui le porte à l'état 1.

TLH reçoit les impulsions de lecture IT qui, s'il est dans l'état 1 le ramènent à l'état 0, et créent sur son enroulement de sortie une impulsion qui commande la bascule BLH (fig. 30). La sortie $\bar{S}$ de cette bascule devient égale à 0, faisant apparaître sur l'amplificateur de sortie de l'additionneur proportionnel, intégral, et dérivé (appelé APID) la valeur 1.

La bascule reste dans cet état jusqu'au digit d8 du cycle suivant de calcul. A ce moment, une impulsion fournie par le compteur de commande ramène la sortie 5 à zéro.

En résumé, le fonctionnement est le suivant :

Si le signal de sortie de API est égal à 0 ou 1 pendant les digits de poids 0 à 7, le signal de sortie de APID, n'est pas modifié.

Le calculateur fonctionne normalement.

Si le signal DPI est égal à 1 pendant les digits de poids 8,9,10,11 indiquant une saturation du calculateur, le signal de sortie de APID devient égal à 1 jusqu'au digit d8 du cycle suivant.

On a donc donné au convertisseur numérique, analogique l'information $| \cdot | \cdot | \cdot | \cdot | \cdot | \cdot |$ qui correspond au signal analogique maximum qu'il peut fournir.

En d8, le limiteur est ramené à zéro. Si le calculateur est encore à saturation, en phase transféré de d8, le limiteur revient en 1, imposant pour un nouveau cycle la valeur 1 à DPID; (digit proportionnel, intégral et dérivé)

Si le calculateur n'est plus à saturation, les calculs s'effectuent de nouveau normalement.

3.13.2 LIMITATION BASSE

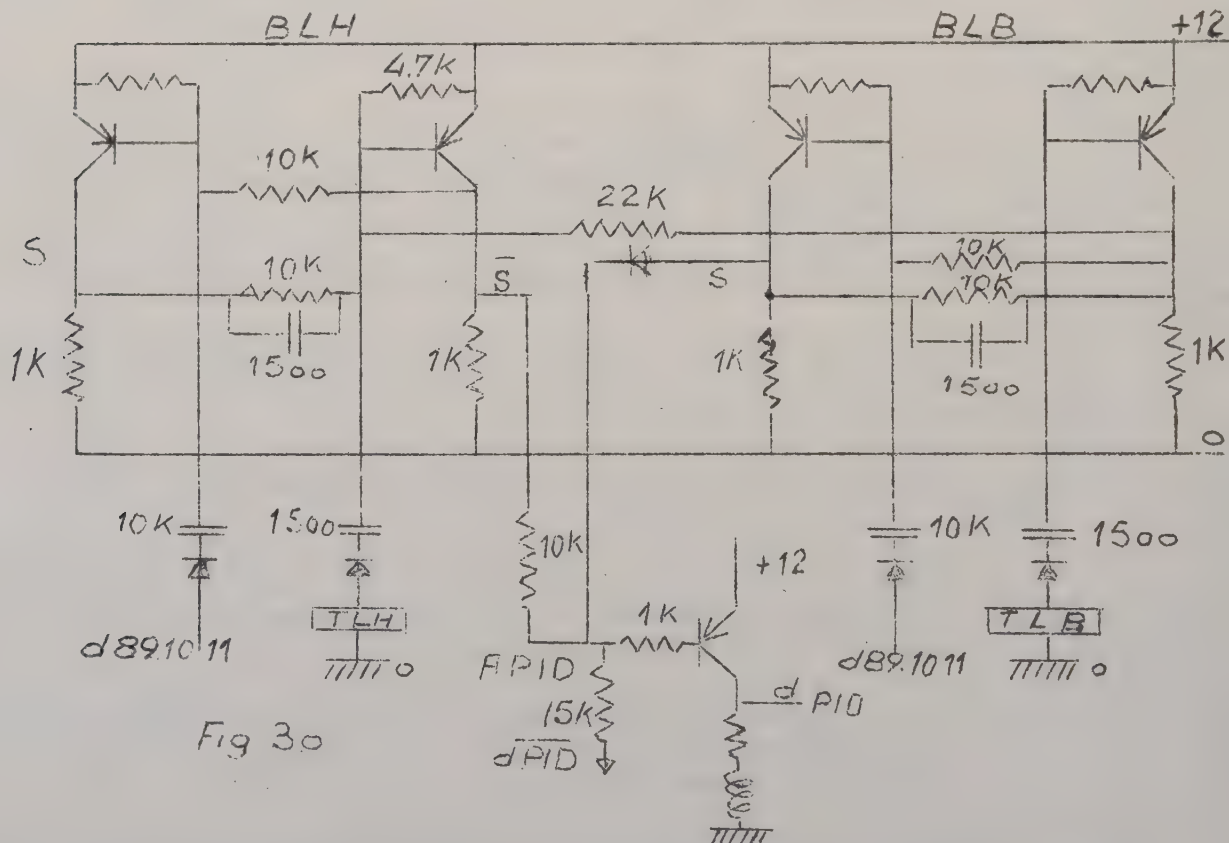
Il peut arriver que le résultat du calcul soit un nombre négatif. Il faut alors que le signal de sortie prenne une valeur nulle, soit 0 0 0 0 0 0 0.

Dans le prototype, l'information ne comporte que 8 digits.

Un nombre négatif sera caractérisé par des digits d8, d9, d10, d11, tous égaux à 1.

On dispose d'un tore TLB comportant comme TLH deux enroulements de 7 spires.

Le premier enroulement est parcouru par un courant I_1 de 25 mA pendant 11 s.



Le second enroulement est traversé par le même courant I2, qui traverse TLH.

Le tore TLB fournira une impulsion à la bascule BLB lorsque le digit d11 sera égal à 1. La sortie S de celle-ci devient égale à 1, bloquant APID et faisant apparaître zéro sur la sortie de APID. Cet état de chose dure jusqu'en d8 où la bascule est remise à zéro.

En résumé, si le résultat du calcul devient négatif, le signal de sortie devient nul et le reste jusqu'à ce que le résultat de calcul devienne positif.

Il faut noter que lorsqu'on a un nombre négatif, d8 est égal à 1, exactement comme dans le cas où l'on atteint la saturation haute, où seul le digit de poids 8 est égal à 1.

Pour lever le doute entre les deux cas, la bascule BLB qui ne fonctionne que pour un nombre négatif ramène impérativement à 0, en commandant un des transistors par la base, la bascule BLH.

3.14 ALIMENTATIONS (Voir fig. 31)

Le calculateur et les convertisseurs nécessitent 3 tensions continues :

- 1°) 12 volts. Cette tension alimente les bascules à transistors et les logiques à diodes. Les bascules sont assez sensibles aux variations de tension et il ne faut pratiquement pas dépasser des variations de $\pm 5\%$.

La tension de 12 volts est réglée au moyen d'une alimentation stabilisée sommaire comportant un transistor de puissance monté en émetteur suiveur. Sa base est maintenue au potentiel fixe - 12 volts par une diode Zener.

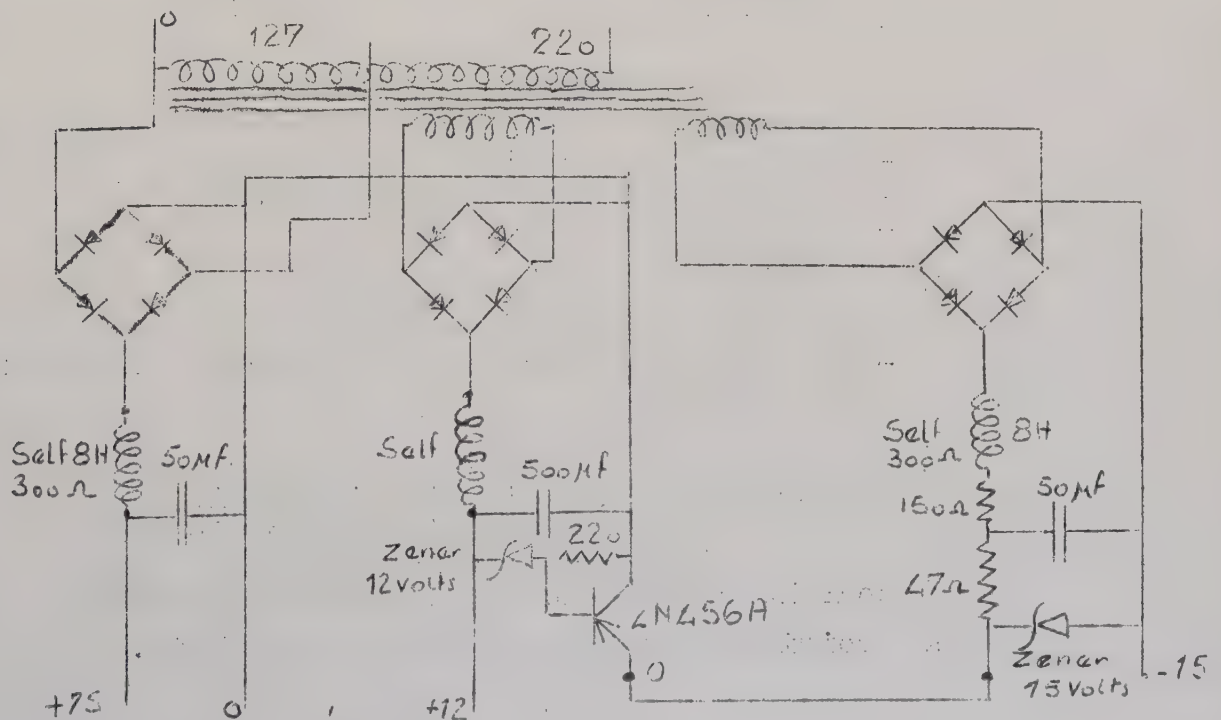


Fig. 31

Une des grosses difficultés rencontrées dans la technologie du calculateur, a été l'interréaction des circuits d'impulsions sur les bascules. Cette interréaction a été en grande partie supprimée par une disposition appropriée des circuits d'impulsions, à savoir :

- Torsade des fils portant les courants IC et IT
- Distance maximum entre les bascules et ces fils.
- Eviter les conducteurs parallèles aux fils d'impulsions
- Liaisons équipotentiellles.

4. LE CONVERTISSEUR ANALOGIQUE-NUMERIQUE

4.1 L'ORGANISATION DU CONVERTISSEUR

Il existe actuellement sur le marché des convertisseurs analogiques numériques bien au point, qui convertissent un courant ou une tension en un signal binaire ou décimal.

Il existe d'autre part des convertisseurs qui transforment des grandeurs physiques industrielles, telles que, vitesses, débits, températures, pressions, niveaux, position, en une tension ou un courant proportionnel à ces grandeurs. L'association de ces convertisseurs permet de résoudre la plupart des problèmes de conversion analogique numérique.

Nous pensons cependant, que si l'on veut bénéficier au maximum des avantages de la régulation numérique, il faut éviter toute conversion analogique intermédiaire, et chercher à obtenir, toutes les fois que cela sera possible la conversion directe de la grandeur physique en un signal digital. On peut l'obtenir actuellement, pour de nombreuses grandeurs physiques au moyen des deux grandes catégories de capteurs digitaux suivantes.

4.1.1 LES CAPTEURS DE DEPLACEMENT

Il existe des capteurs, (photo-électriques, à induction) qui donnent directement une information numérique (le plus souvent en binaire naturel ou en code réfléchi) proportionnelle à un angle de rotation ou à un déplacement linéaire.

Les mesures de position, de niveau, peuvent être résolues

4.1.2. LES GENERATEURS D'IMPULSIONS

Ce sont des capteurs qui fournissent un nombre N d'impulsions par unité de temps, proportionnel à une grandeur physique. Ces capteurs existent pour la mesure de débits de la plupart des fluides et pour la mesure des vitesses.

4.1.3 LE COMPTAGE

Le capteur fournissant un nombre N d'impulsions par unité de temps, il s'agit au moyen d'un compteur de totaliser les impulsions pendant un temps suffisamment long pour obtenir une précision suffisante.

Dans le prototype, où l'information est caractérisée par un nombre compris entre 0 et 255, il faudra totaliser les impulsions du capteur pendant un temps T de façon que lorsque la vitesse de la machine est à son maximum, on ait reçu 255 impulsions pendant le temps T

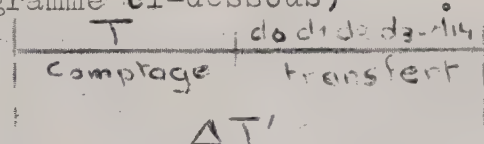
4.1.4 LE TRANSFERT

On conçoit que tant que dure la totalisation, le contenu du compteur n'a aucune signification. On ne pourra l'utiliser qu'après le temps T .

Il faudra donc dans le traitement du signal, distinguer 2 périodes

- 1°) le comptage
- 2°) le transfert ou traitement proprement dit

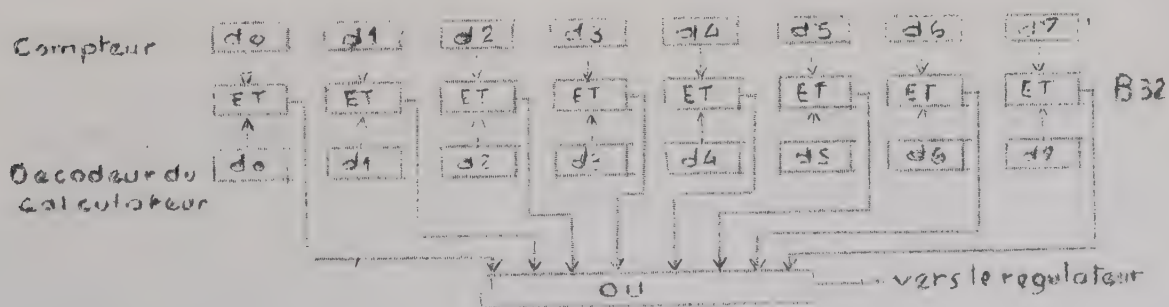
Dans cette opération les digits du compteur seront, lus, et transmis au calculateur, les uns après les autres, en commençant par les digits de poids le plus faible. (Voir chronogramme ci-dessous)



Soit $\Delta t'$ le temps total de comptage et de transfert. C'est le temps qui sépare deux cycles de calcul dans le régulateur.

$\Delta t'$ est égal au cycle Δt du régulateur.

La lecture du compteur peut s'effectuer avec le montage représenté fig. 32 si l'on dispose dans le convertisseur des digits d_0 à d_7 du calculateur



Les portes ET permettent de valider successivement les différents digits du compteur.

Ce montage présente le grave inconvénient d'obliger à ramener les digits d0 à d7 du calculateur dans le convertisseur ce qui nécessite de nombreuses liaisons. Etant donné que convertisseur et régulateur peuvent être très éloignés l'un de l'autre, cette solution est à prescrire.

On peut songer à utiliser dans le convertisseur un autre compteur de commande, avec son décodeur, identique à celui du régulateur, et piloté par le multivibrateur de celui-ci, mais ceci complique beaucoup le convertisseur.

On a préféré utiliser la solution suivante :

A la fin de la phase comptage, on transfère tous les digits du compteur dans un registre intermédiaire à tores magnétiques à 8 digits (cas du prototype). Ce registre qui est une mémoire à circulation est ensuite lu pendant le transfert.

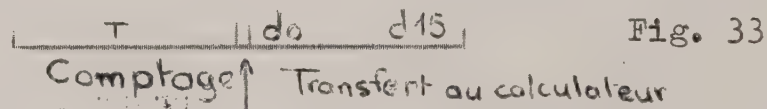


Fig. 33

Transfert dans le Registre

Mais dès que le contenu du compteur est transféré dans le registre, le compteur peut être remis à zéro et utilisé pour un nouveau comptage. On peut donc superposer la fonction comptage et la fonction transfert suivant le schéma fig.34

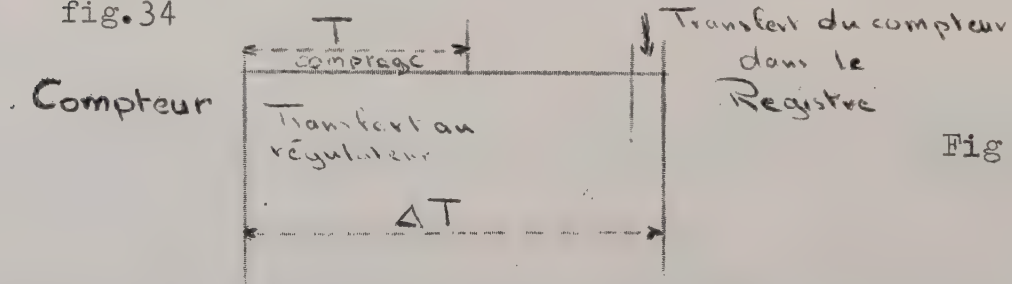
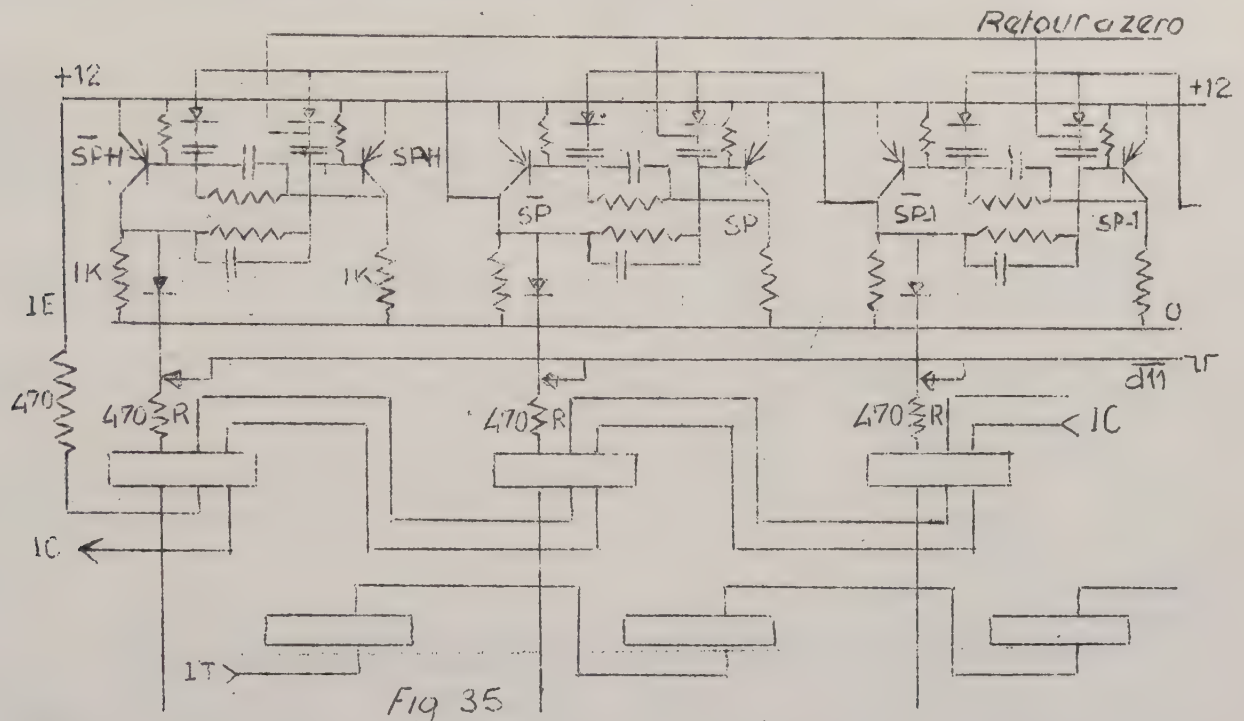


Fig 34

4.2. LE COMPTEUR

Il se compose de 8 bascules montées en cascade, numérotées de 0 à 7. A la fin de la période de comptage, chaque bascule qui se trouve dans l'état 1 représente un nombre d'impulsions égal à 2^p , p étant son numéro d'ordre.

Les bascules représentent donc la valeur de la grandeur à mesurer en binaire naturel. Elles ont les mêmes caractéristiques technologiques et techniques que les bascules du compteur de commande du régulateur. Elles comportent



en plus, une commande de retour à zéro (voir fig. 35)

4.3 LE REGISTRE.

C'est une mémoire à circulation identique à celles utilisées dans le régulateur. Le signal de sortie du dernier tore (en suivant le sens de déplacement des digits) commande directement le soustracteur d'entrée du régulateur.

En plus les tores parcourus par l'enroulement de lecture IC portent deux enroulements supplémentaires.

Le premier, qui est un enroulement d'écriture est traversé en permanence par un courant IE suffisant pour porter les tores de l'état 0 à l'état 1.

Le second est un enroulement d'effacement alimenté, ou par une bascule du compteur, ou par un courant engendré à travers les résistances R par le digit d11.

Pendant le traitement des digits d0 à d11, d11 est égal à 1 et quelque soit l'état des bascules du compteur, l'enroulement d'effacement est parcouru par un courant qui empêche le courant IE de changer l'état des tores.

On verra plus loin qu'en d11, le comptage est arrêté d11 devient alors égal à 0.

La diode venant de la bascule est connectée à l'entrée inverse $\bar{S}$ de celle-ci. Si la bascule contient un 1 (en S d'après les conventions) la sortie $\bar{S}$ est nulle et aucun courant ne traverse l'enroulement d'effacement. Le courant IE peut donc porter le tore dans l'état 1.

Inversement, si la bascule contient un 0, $\bar{S}$ est égal à 1 et il n'y a pas d'écriture dans le tore.

En résumé, on a transféré pendant le digit d11 le contenu du compteur dans le registre.

A partir du digit de poids 0 du cycle de calcul suivant, commence le transfert du contenu du registre vers le calculateur.

4.4. CIRCUITS DE COMMANDE DU CONVERTISSEUR (Fig. 36)

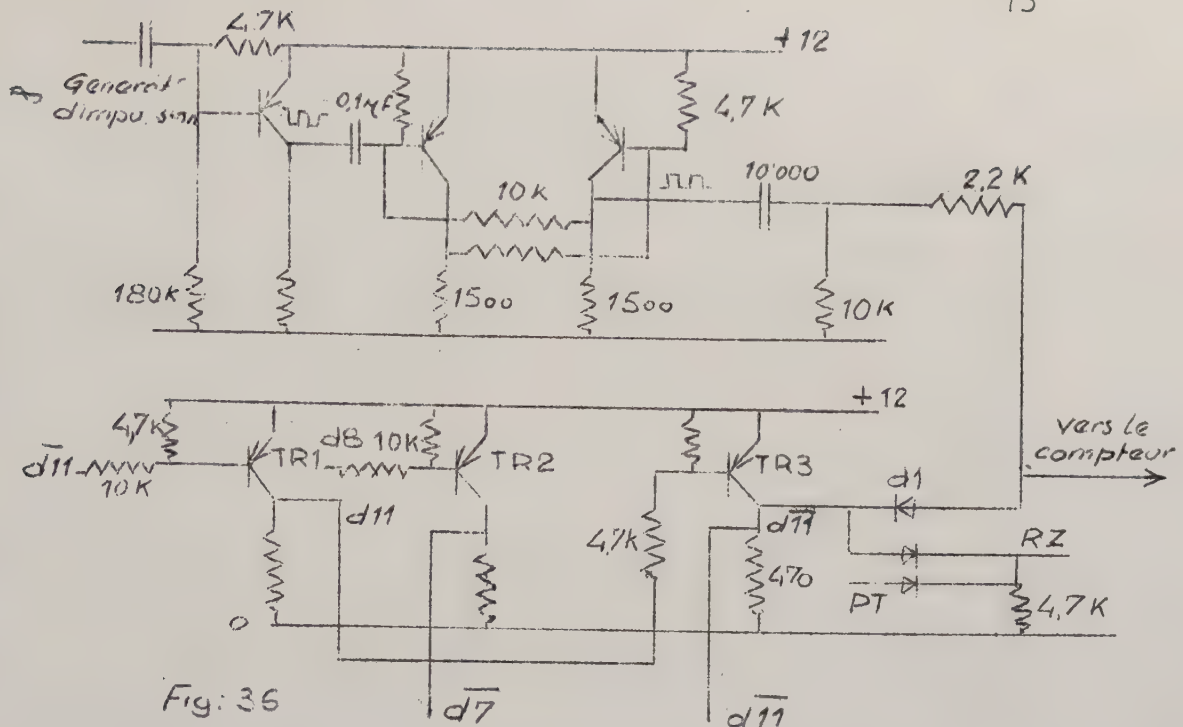
Le capteur de vitesse fournit des impulsions de forme sinusoïdale d'amplitude constante. Ce signal, qui ne peut attaquer les bascules du compteur est d'abord mis en forme.

Le circuit de mise en forme comporte d'abord un amplificateur.

Celui-ci, qui travaille par saturation haute et basse fournit un signal presque carré, mais dont le temps de montée est cependant trop long pour attaquer directement le compteur.

On intercale une bascule dont le circuit de commande n'est pas polarisé et dont la capacité d'attaque est très élevée (0,1 μ F)

Cette bascule ne divise pas la fréquence par 2. Elle convertit le signal imparfait de l'amplificateur en un signal carré.



Le circuit de commande reçoit du calculateur le digit $\overline{d11}$. Après amplification, on utilise ce digit d'une part comme il a été dit plus haut, pour l'effacement des tores du registre, mais aussi pour l'arrêt du comptage.

En effet dans la maquette, on compte les impulsions pendant un temps T égal (à un $1/12$ de cycle près) à Δt .

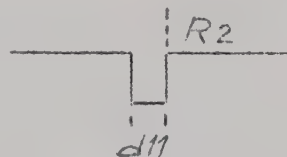
Comme on le voit sur la figure, lorsque $\overline{d11}$ est égale à zéro, les impulsions issues de la bascule de mise en forme sont court-circuitées à travers la diode $d1$, par la résistance de 470Ω du transistor $TR3$.

Le comptage est donc arrêté pendant tout le digit $\overline{d11}$. Le signal RZ est élaboré au moyen d'une fonction ou à diodes recevant $\overline{d11}$ et PT .

Il est donc égal à zéro pendant la première moitié de $\overline{d11}$.

Les bascules du compteur reçoivent l'impulsion positive de retour à 0, au milieu de $\overline{d11}$.

Le transfert du contenu du compteur dans le registre se fait pendant la première moitié de $\overline{d11}$.



5. LE CONVERTISSEUR NUMERIQUE-ANALOGIQUE

5.1 ORGANISATION DU CONVERTISSEUR

La première fonction du convertisseur est de convertir la numération série en numération parallèle, car pour la conversion numérique analogique, on a besoin de tous les digits simultanément et ceci en permanence. On doit disposer du résultat du calcul fait à la séquence $n-1$ pendant toute la séquence n . L'interruption pour passer du résultat du calcul $n-1$ au résultat du calcul n doit être le plus court possible.

Le convertisseur devra comporter (voir fig.37) un premier registre à circulation qui reçoit les résultats de calcul du régulateur. A la fin de la séquence de calcul les digits sont répartis dans le registre comme indiqué sur la figure. Au moyen d'une porte ET et d'un signal de transfert qui apparaît à la fin de la séquence calcul, le contenu du registre est transféré dans le second registre. Le contenu de celui-ci, reste inchangé pendant que le premier registre emmagasine les digits du résultat de calcul suivant. En fin de cycle, le contenu du premier registre est transféré dans le second registre où il prend la place du résultat précédent.

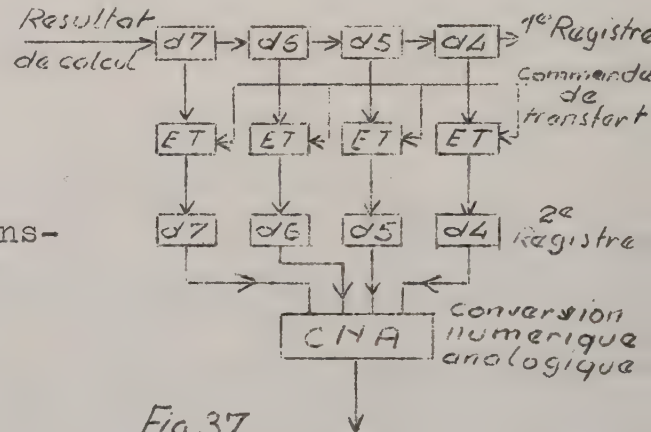


Fig 37

On dispose donc dans le second registre, de tous les digits du résultat pendant tout le temps Δt , à l'exception du court instant de transfert.

5.2. LE PREMIER REGISTRE A CIRCULATION

Il se compose d'un registre à circulation à tores magnétiques identique à ceux utilisés dans le régulateur (voir fig. 38)

Le signal provenant de l'amplificateur de sortie du calculateur est écrit dans le premier tore du registre.

De plus, les tores parcourus par l'impulsion transfert comportent un enroulement S2 qui attaque les bascules du deuxième registre.

5.3. LE SECOND REGISTRE

Il se compose de 8 bascules à transistor (voir fig.38). A l'instant où apparaît le digit d7, une impulsion positive issue d'un amplificateur commandé par $\overline{d7}$, remet toutes les bascules dans l'état zéro.

Tant que d7 est égal à zéro, la tension fournie par l'enroulement S2 est insuffisante pour actionner les bascules. Lorsque d7 est égal à 1, c'est-à-dire 12 Volts, la tension du tore s'ajoute aux 12 Volts, et si le tore était dans l'état 1, au moment de l'impulsion transfert, un courant peut circuler à travers les diodes ro, ri, rn et venir actionner la bascule.

On aura ainsi transféré le contenu du registre à tores dans le registre à bascules, pendant la phase transfert de d7

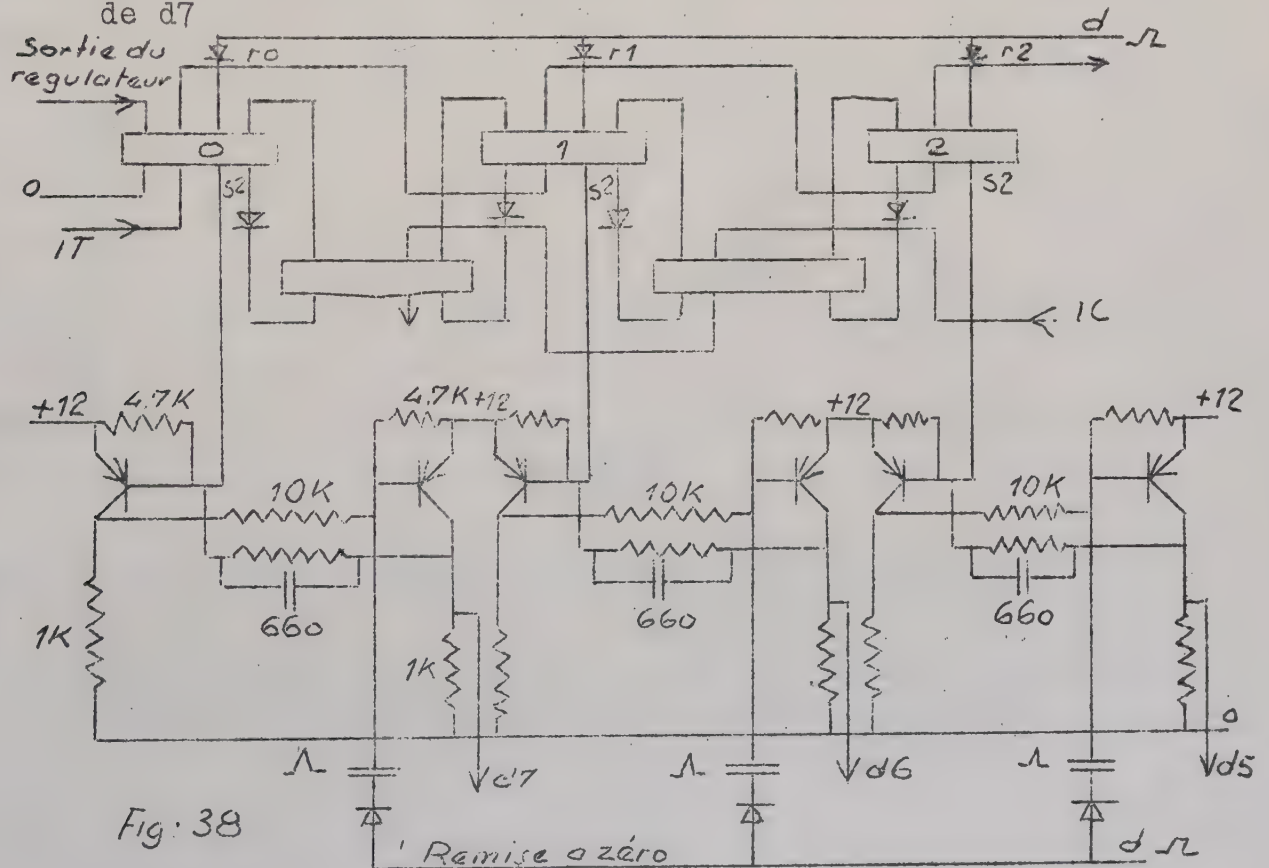


Fig: 38

En d7, les tores du registre ont reçu tous les digits d'information venant du régulateur.

Le digit de poids 7 se trouve dans le tore 0, le digit de poids 6 dans le tore 1, le digit 0 dans le tore 7.

La bascule connectée au tore 0 représentera le poids 7.

La bascule connectée au tore 1 représentera le poids 6 etc.

L'information est disponible en permanence aux bornes des bascules du registre, sauf pendant la première moitié de d7, où celles-ci sont remises à zéro.

5.4 LE CONVERTISSEUR NUMERIQUE ANALOGIQUE (CNA)

Le servo-mécanisme utilisé dans le prototype reçoit son signal de commande sous la forme d'un courant d'une certaine de milliampères. Le CNA doit donc convertir le nombre binaire parallèle en un courant continu proportionnel.

Il se compose d'un additionneur analogique représenté fig.39

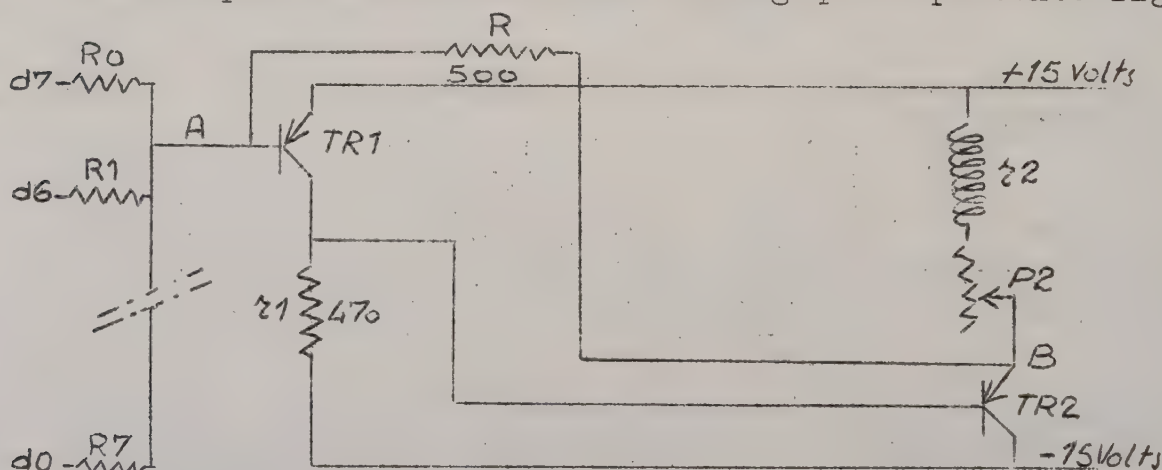


Fig 39

La polarité -12 Volts du registre à transistor est réunie au $+15\text{ Volts}$ du CNA. Il s'ensuit que lorsque les digits $d0, \dots, d1, d7$, sont égaux à 1 on applique sensiblement $+12\text{ Volts}$ aux résistances R_0, R_1, R_7 , tendant ainsi à porter le potentiel du point A à une valeur positive par rapport au -12 Volts , c'est-à-dire au $+15\text{ Volts}$.

L'amplificateur comprend un préamplificateur à grand gain en tension, constitué par le transistor TR1, et un amplificateur de puissance composé du transistor de puissance TR2 monté en collecteur à la masse.

Ce montage permet, lorsqu'on a deux étages d'amplification, de n'avoir qu'une inversion, ce qui est obligatoire dans un amplificateur opérationnel. La charge du transistor de sortie est constituée par l'impédance du circuit de commande du servo-mécanisme, en l'occurrence un enroulement d'amplificateur magnétique, et par un rhéostat de réglage.

En première approximation, on peut admettre que VA est voisin de 0, en prenant le "-12 volts, + 15 volts" comme potentiel de référence.

Si l'on appelle Vo la tension appliquée à chacune des résistances Ro, R1, R7, on a

$$(2) \frac{V_o - V_A}{R_o} + \frac{V_o - V_A}{R_1} + \dots + \frac{V_o - V_A}{R_7} = \frac{V_A - V_B}{R} \text{ ou avec l'approximation (1)}$$

$$V_o \left(\frac{1}{R_o} + \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_7} \right) = - \frac{V_B}{R}$$

Les relations entre les différentes valeurs de résistances sont les suivantes

$$\begin{aligned} R_o &= 2 R \\ R_1 &= 4 R \\ R_n &= 2^{n+1} R \end{aligned}$$

Il s'ensuit que lorsqu'on applique la tension Vo à l'entrée Ro, on a

$$- V_B = \frac{V_o}{2}$$

$$\text{et à l'entrée } R_p; - V_B = \frac{V_o}{2^{p+1}}$$

Si l'on applique Vo à toutes les entrées, on aurait si n tendait vers l'infini $- V_B = V_o$ et $\sum \frac{1}{R_o} + \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_n} = \frac{1}{R}$

Pratiquement, on limite n à une valeur telle que l'approximation soit suffisante.

Si l'on connecte les résistances R_0 , R_1 , R_7 aux bascules du second registre, R_0 a la bascule contenant le digit d_7 .

R_1	a la bascule contenant	d_6
R_2		a d_5

R_7	a la bascule contenant	d_0

on aura en B une tension proportionnelle au nombre de digits contenus dans le registre, chacun étant affecté de son poids.

Lorsque tous les digits sont égaux à 1, on a sensiblement $V_0 = V_B$ V_0 étant la tension aux bornes de chacune des bascules du registre.
Le potentiomètre p_2 sert à l'ajustage de l'échelle du convertisseur.

DETERMINATION DES ELEMENTS

On ne peut utiliser dans le calcul de l'amplificateur les paramètres habituels des transistors (paramètres hybrides) Ceux-ci ne sont en effet valables que dans une petite zone autour d'un point de fonctionnement donné, ce qui n'est pas le cas ici, ou l'on balaie toute la caractéristique.

Il faudra donc se servir de courbes caractéristiques expérimentales.

La première qualité du convertisseur est sa définition. Il est en effet illusoire de mesurer et de calculer à $1/256$ près, si le convertisseur a une définition inférieure ce qui se produirait, si par exemple, en passant d'un nombre n au nombre $n+1$ en numérique, la quantité analogique varierait de plus de 1.

Ceci peut particulièrement avoir lieu, lorsque il y a changement de plusieurs digits à la fois, et si la conversion analogique du poids des digits n'est pas bonne.

Exemple : Lorsqu'on passe de 0 0000000 à 10000000 il ne doit y avoir que $1/256$ d'écart. Si le poids des digits est mal calibré on peut avoir beaucoup plus.
La deuxième qualité est la linéarité qui permet d'avoir un gain constant sur toute la gamme, facteur favorable

à la stabilité du servomécanisme.

On remarquera que si cette linéarité est excellente (par exemple meilleure que $1/256$ dans le prototype) on a automatiquement une définition égale au $1/256$.

1. Le préamplificateur. Il comporte un transistor 2N527 ou OC 72.

La charge du transistor TR1 a été choisie de façon à concilier, la gain maximum et la distorsion minimum. L'examen des courbes caractéristiques du transistor donne une valeur satisfaisante autour de 500 ohms.

En appelant I_b le courant base du transistor.

V_c la tension aux bornes de la résistance de charge

V_{BE} , la tension émetteur base, c'est-à-dire la tension d'entrée

G le gain du montage

On a les valeurs expérimentales suivantes.

I_b (mA)	V_c (Volts)	V_{BE} (Volts)	G
0,065	1	0,115	50
0,12	2	0,135	67
0,162	3	0,150	100
0,195	4	0,160	100
0,232	5	0,170	100
0,27	6	0,180	100
0,31	7	0,190	100
0,35	8	0,2	100
0,39	9	0,21	100
0,442	10	0,22	100
0,50	11	0,23	100
0,562	12	0,24	100
0,632	13	0,25	50
0,71	14	0,27	

On peut dire que cet amplificateur est linéaire, dans la zone $2 \leq V_c \leq 14$, avec une erreur de linéarité, ramenée

à la tension d'entrée de 0,01 Volts (en valeur absolue) au maximum.

2. L'amplificateur de puissance

Il comporte un transistor de puissance 2 N 456 A

Caractéristiques générales : $h_{21E} = 150$

Puissance maximum : 50 watts. Courant maximum 5 ampères

Si l'on appelle VBE la tension d'entrée appliquée entre base et émetteur et VE la tension entre + 15 Volts et collecteur, on a les caractéristiques suivantes (Résistance d'émetteur = $130\Omega = r_2 + P_2$)

Ib	0	0,05	0,1	0,15	0,2	0,25	0,3	0,35
VBE	0,11	0,12	0,13	0,14	0,15	0,16	0,165	0,17
VE	4,22	5,6	6,9	8,3	9,6	10,9	12,15	13,2
IC	32,5	43	53,5	64	74	84	93,5	103

Pour des tensions VE telles que 4,22 VE 13, cet amplificateur est linéaire avec une erreur maximum en valeur absolue de 0,01 Volts ramenée à l'entrée. Comme dans cet amplificateur, si l'on appelle VB la tension appliquée entre base et + 15 Volts, on a

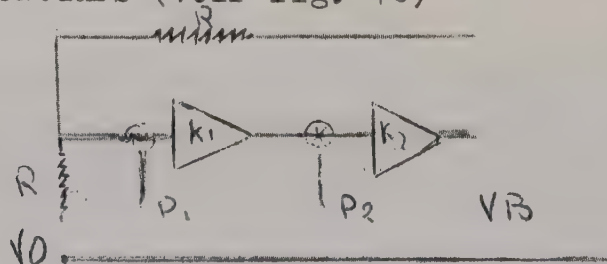
$VC = VB - VBE$, l'erreur de linéarité entre VB et VC ne dépassera donc pas 0,01 Volts.

3. Linéarité globale

Les influences respectives des non-linéarités du premier et second amplificateur ne sont pas du tout les mêmes.

L'amplificateur à deux étages est un amplificateur à contre-réaction, de gain égal à -1. En effet lorsqu'on applique la tension V_0 sur toutes les entrées, considérées comme l'entrée unique de l'amplificateur, on a $V_B = -V_0$

Les non linéarités peuvent être considérées comme des perturbations P_1 et P_2 appliquées à l'entrée de chacun des amplificateurs (voir fig. 40)



Le coefficient de contre réaction de l'amplificateur est égal à 1.

Dans ces conditions, l'influence des perturbations P1 et P2 sur la tension de sortie est donnée par la relation classique.

$$\Delta VB = P1 + \frac{P2}{K1}$$

K1 étant au minimum égal à 50, et P1 sensiblement égal à P2, on a

$$\Delta VB = P1$$

Lorsque les 8 digits d0 à d7 du registre sont égaux à 1, le chiffre binaire correspondant est 256 et VB vaut environ 10 Volts.

On a P1 = 0,01 Volts, ce qui entraîne, par rapport au nombre binaire contenu dans le registre une erreur de linéarité de 0,25 digit.

L'équation (2) est incomplète. Il faut également tenir compte du courant base du premier transistor.

$$\frac{V_0 - V_A}{R_0} + \frac{V_0 - V_A}{R_1} + \dots + \frac{V_0 - V_A}{R_7} + \frac{15 - V_A}{R_{be}} = \frac{V_A - V_B}{R}$$

Rb étant la résistance base, émetteur du transistor.

Soit Ib le courant base. On constate dans le tableau A, qu'il faut 0,04 m A dans la zone de 3 volts au collecteur pour faire bouger la tension de celui-ci de 1 volt, et 0,07 m A aux environs de 14 Volts pour le même effet, soit une erreur de linéarité de 0,03 m A.

Cette non linéarité de courant, se traduit, à travers R par une non linéarité de $0,03 \times 10^{-3} \times R$ sur VB.

Il est souhaitable que cette nouvelle erreur soit faible, et nous avons fixé arbitrairement qu'elle devait être du même ordre de grandeur que la précédente, soit 0,01 volts, c'est-à-dire 0,25 digit.

Nous avons donc pris R = 500 ohms.

Il s'ensuit que les différentes résistances sont déterminées.

$R_0 = 1000 \text{ ohms}$
 $R_1 = 2000 \text{ ohms}$
 $R_2 = 4000 \text{ ohms}$
 $R_3 = 8000 \text{ "}$
 $R_4 = 16000 \text{ "}$
 $R_5 = 32000 \text{ "}$
 $R_6 = 64000 \text{ "}$
 $R_7 = 128000 \text{ "}$

Tolérances sur ces résistances.

Si l'on se fixe, comme erreur maximum sur la conversion d'un digit de poids p, la valeur de 0,25 digit, il faut que l'on ait les tolérances suivantes :

R_0	représente le nombre 128	donc R_0 est environ a	$\pm 0,1 \%$
R_1	" "	64 "	$\pm 0,2 \%$
R_2	" "	32 "	$\pm 0,4 \%$
R_3	" "	16 "	$\pm 0,8 \%$
R_4	" "	8 "	$\pm 1,6 \%$
R_5	" "	4 "	$\pm 3,2 \%$
R_6	" "	2 "	$\pm 6,4 \%$
R_7	" "	1 "	$\pm 12,8 \%$

Pratiquement les résistances de R_0 a R_3 sont a 0,1 % et les autres a 1 % près. L'erreur maximale est de l'ordre de 0,5 digit.

Influence des dispersions des valeurs de V_0 .

Lorsque le digit contenu dans l'une des bascules du registre est égal à 1, V_0 vaut environ 11 Volts, et s'il est égal à 0, V_0 vaut 1 volt.

Entre les différentes bascules, la dispersion peut atteindre 0,01 Volt pour la tension de 11 volts (tension de coude du transistor) et 0,1 volt pour la tension de 1 volt.

Dans le convertisseur numérique analogique de commande de servomécanisme, il n'est pas nécessaire que l'on ait une valeur déterminée pour les rapports $\frac{V_{B0}}{V_0} = \frac{R}{R_0}$ $\frac{V_{B1}}{V_0} = \frac{R}{R_1}$.

Il suffit que ces rapports soient constants et entre eux comme les résistances R_0 , R_1 , R_7 entre elles.

On peut donc poser que par définition "la conversion du digit de poids 7 (connecté à la résistance R_0) est exacte"

On évaluera l'influence des dispersions des bascules tenu compte de cette définition.

La bascule de poids 6 représente le nombre 64. Sa dispersion maximum par rapport à la bascule de poids 7 est $0,01 + 0,1 = 0,11$ Volts.

Soit une erreur de $\frac{0,11}{10} \times 64 = 0,6$ Digit

On verrait de même que l'erreur introduite au maximum par l'ensemble des autres digits de poids 5,4,3,2,1 est de 0,6 digit.

L'erreur maximum de linéarité du convertisseur est donc :

Dispersion des bascules	1,2 digit
Dispersion des résistances	0,5
Non linéarité du courant base	0,25
Non linéarité de l'amplificat.	0,25

TOTAL 2,2 digits.

5.5. CARACTERISTIQUE EXPERIMENTALE DU CONVERTISSEUR

On ne peut utiliser des appareils ordinaires (milliampèremètres) pour le relevé de la caractéristique du convertisseur, aussi utilise t-on un millivoltmètre de précision, qui mesure la tension aux bornes d'une résistance placée dans le circuit de sortie du convertisseur.

Nombre décim.	Nombre binaire	Courant réel mA	Courant théorique
0	00000000	6,60	6,60 Par définition
1	00000001	6,825	6,825
2	00000010	7,05	7,05
4	00000100	7,5	7,5
8	00001000	8,4	8,4
16	00010000	10,19	10,20
32	00100000	13,78	13,80
48	00110000	17,41	17,37
64	01000000	21	21
80	01010000	24,6	24,55
96	01100000	28,18	28,15
112	01110000	31,77	31,73
128	10000000	35,35	35,35 Définition
160	10100000	42,48	42,59
144	10010000	38,83	38,91
176	10110000	46,05	46,18
192	11000000	49,74	49,72

224 240	11100000 1111	56,91 60,54	56,89 60,5
------------	------------------	----------------	---------------

On constate que l'erreur maximum de linéarité atteint 0,1 mA pour une échelle totale de 63,5 mA soit une erreur de $\frac{256 \times 0,1}{63,5} = 0,4$ digit

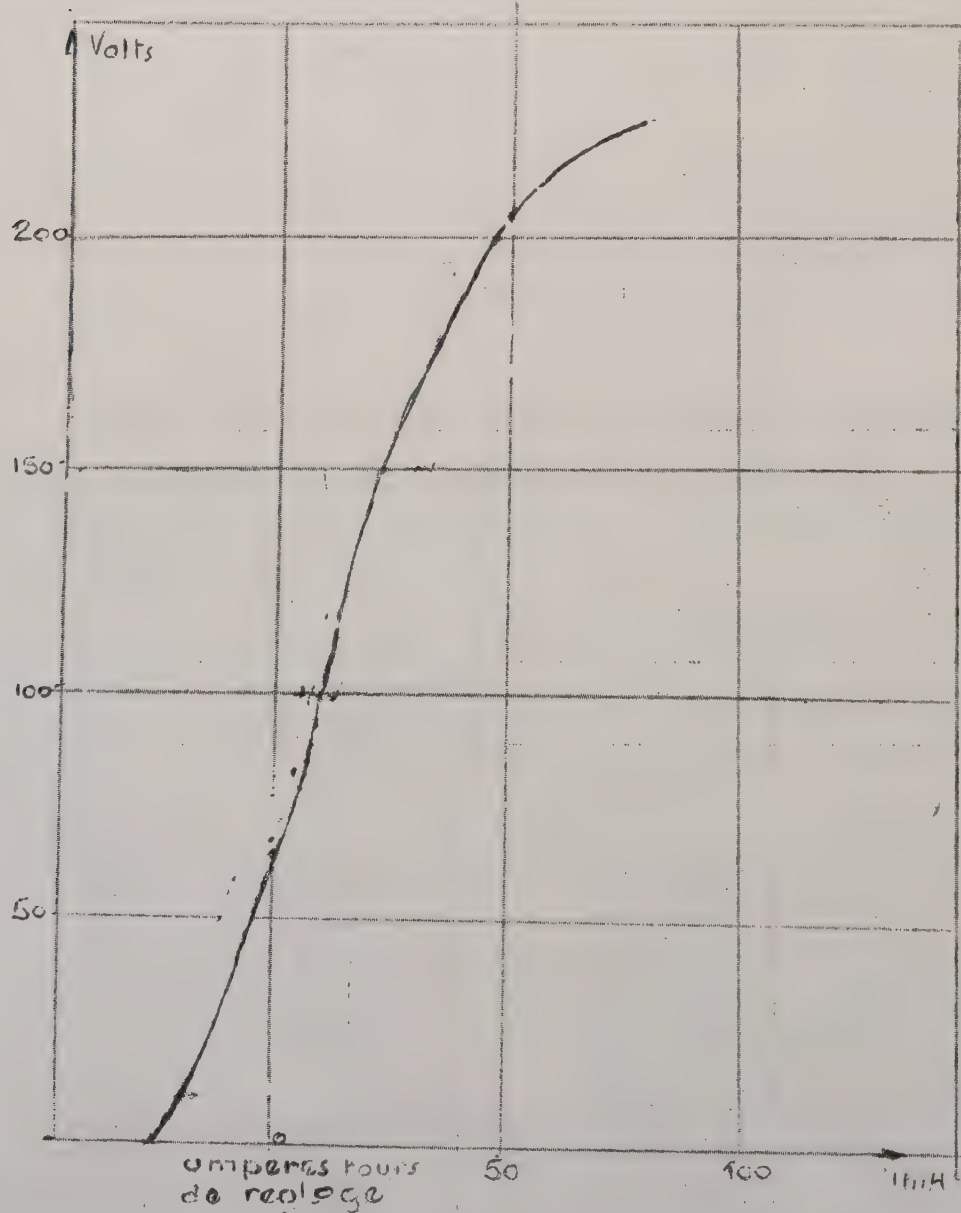


FIG. 41

6. LE SERVOMECHANISME

6.1 CARACTERISTIQUES GENERALES

Il est constitué par un moteur à courant continu, à excitation séparée dont on se propose de réguler la vitesse.

Caractéristiques du moteur

2850 t/m sous 180 Volts de tension
1 cv a 2850 t/m

Il est commandé par un amplificateur magnétique monophasé à auto-saturation.

Caractéristiques de l'amplificateur

Tension d'alimentation 285 Volts
Nombre de spires de commande 768

Il comporte également un enroulement de décalage de 672 spires destiné à faire partir la caractéristique de zéro (voir fig. 41) lorsque le courant de commande est nul.

La courbe caractéristique (fig. 41) montre que l'amplificateur est linéaire pour une tension de sortie variant de 30 a 180 Volts qui est sensiblement la zone de fonctionnement avec le moteur utilisé.

6.2 FONCTION DE TRANSFERT DU SYSTEME

Dans un amplificateur magnétique, il n'y a pas de déphasage entre le courant de commande et la tension de sortie, tout au moins tant que l'on opère à des fréquences nettement plus basses, que la fréquence du réseau, ce qui est le cas.

L'enroulement de commande se comporte comme un circuit résistance self.

Si l'on appelle U la tension de sortie de l'amplificateur
i le courant de commande, R résistance de l'enroulement.

E la tension appliquée à cet enroulement
 $\frac{U}{i} = g$ gain de l'amplificateur

On a les relations $\frac{i}{E} = \frac{1}{R} \frac{1}{Z^{1p+1}}$

$\tau_1 = \frac{L}{R}$ constante de temps de l'enroulement de commande

Les valeurs relevées sont $g = \frac{5 \times 10^4}{13}$ $R = 130$ ohms

$$\tau_1 = 0,5 \text{ secondes}$$

Pour l'expression de la fonction de transfert (FT) nous prendrons comme entrée le nombre contenu dans le registre du convertisseur numérique analogique, et comme sortie le nombre contenu dans le registre du convertisseur analogique numérique.

Soit NE le nombre d'entrée et NS le nombre de sortie
Lorsque NE = 256 on a sensiblement $E = 10$ Volts

$$\text{d'où } U = \frac{10}{256} \times \frac{1}{130} \times \frac{5 \times 10^4}{13} \times \frac{1}{\tau_1 p + 1} \quad NE = \frac{K_1 N E}{\tau_1 p + 1}$$

$$K_1 = 1,16$$

Si l'on appelle R la résistance d'induit du moteur plus la résistance équivalente de l'amplificateur magnétique
I l'intensité de l'induit.

L la self du moteur, W la vitesse angulaire

C le couple. J le moment d'inertie, et tenant compte que le couple résistant est constant, on a :

$$U = RI + L \frac{dI}{dt} + K_2 W \quad (1)$$

$$C = J \frac{dW}{dt} = K_3 I \quad (2)$$

de (1) et (2) on tire

$$U = \frac{RJ}{K_3} \frac{dW}{dt} + \frac{LJ}{K_3} \frac{d^2 W}{dt^2} + K_2 W$$

Soit en utilisant la transformée de Laplace

$$U = \frac{RJ}{K_3} p W + \frac{LJ}{K_3} p^2 W + K_2 W$$

$$W = \frac{K_3 U}{LJ p^2 + RJ p + K_3 K_2} + \frac{U}{K_2 \left(\frac{LJ}{K_3 K_2} p^2 + \frac{RJ}{K_3 K_2} p + 1 \right)}$$

Le capteur utilisé est un alternateur tachymétrique qui fournit 60 impulsions par tour. Le nombre d'impulsions par unité de temps est $\frac{60 \times W}{2\pi}$, et pendant la durée Δt de comptage dans le convertisseur analogique numérique, on totalise

$$\frac{60 \times W \Delta t}{2\pi} = N_s$$

Comme $\Delta t = 0,08$ secondes

$$N_s = \frac{60 \text{ w}}{2 \pi} \times 0,08 = 0,76 \text{ w} \\ = K_4 \text{ w}$$

Si l'on pose $\frac{L_J}{K_3 K_2} = \tau_2^2$ et $\frac{R_J}{K_3 K_2} = \tau_3$

On a la fonction de transfert globale du système

$$FT = \frac{K_1 K_4}{K_2 (\tau_1 p + 1) (\tau_2^2 p^2 + \tau_3 p + 1)} \quad (3)$$

Le système est du troisième ordre, avec un gain statique de

$$\frac{K_1 K_4}{K_2} = G \text{ statique}$$

Mesure et calcul des coefficients

R n'est pas seulement la résistance ohmique induit plus amplificateur magnétique, mais aussi une résistance fictive r due à la chute de tension supplémentaire créée par la forme hachée du courant dans les selfs de l'amplificateur magnétique et du moteur. Soit l et L ces selfs.

Si l'on décompose le courant en ses différents harmoniques de fréquence $\omega_0, 2\omega_0, 3\omega_0$, etc, (ω_0 , la fréquence fondamentale, étant celle du réseau) et l_1, l_2, l_3 , les amplitudes correspondantes, on a des chutes de tension $(l+L)\omega_0 l_1$; $(l+L) 2\omega_0 l_2$; $(l+L) 3\omega_0 l_3$ sur les composantes du courant.

Le résultat global est une chute de tension, difficilement calculable que l'on peut mesurer. Elle est indépendante de la fréquence et n'apporte aucun déphasage si l'on opère sur des fréquences beaucoup plus basses que celle du réseau. Dans l'expression de la fonction de transfert, on considérera que cette chute de tension est due à la résistance fictive r . $\Delta U = rI$

On trouve $R \approx 50$ ohms

L. On trouve $0,2 \times 10^{-1}$ Henrys

J. L'inertie est constituée par le rotor.

Celui-ci consiste en un cylindre relativement homogène de diamètre 8 cm et de poids 4,700 kg

$$J = \frac{4,7 \times 4 \times 10^{-2}}{2} \approx 4 \times 10^{-3} \text{ kg/m}^2$$

K2. Le moteur tourne à 2850 tours/mn lorsqu'on l'alimente. sous 180 volts $U = K_2 w$

$$180 = K_2 \times 2\pi \times \frac{2850}{60}$$

$$K_2 = 0,6$$

K3. On a $C = K \ 3I$

d'où $Cw = K \ 3 \ wI$ mais $Cw = UI$ et $U = K \ 2 \ w$

d'où $K \ 2 \ wI = K3wI$ $K3 = K2$

En remplaçant les coefficients par leur valeur dans l'expression 3 on obtient :

$$\tau = 1,45$$

$$\tau_1 = 0,5 \text{ sec}$$

$$\tau_2 = 1,7 \times 10^{-2} \text{ sec}$$

$$\tau_3 = 0,55 \text{ sec}$$

On constate que τ_1 et τ_3 sont sensiblement égales.

La FT comportera donc une asymptote de pente 0 d'ordonnée 1,45 et une première asymptote oblique de pente -2.

L'intersection de ces deux asymptotes se fera pour une pulsation :

$$\omega = \frac{1}{\tau_1} = 2$$

6.3. RELEVÉ EXPERIMENTAL DE LA FT.

La fonction de transfert a été relevée expérimentalement par la méthode de l'analyse harmonique.

On injecte à l'entrée de l'amplificateur magnétique une tension sinusoïdale à différentes fréquences au moyen d'un générateur basse-fréquence (0,05 Hz à 10 Hz)

On enregistre ce signal sur un enregistreur à déroulement rapide (Appareil Sefram)

Le régulateur est réglé de façon à n'avoir ni action intégrale, ni action dérivée, et un gain égal à 1.

Sa fonction de transfert est donc 1.

La vitesse du moteur est convertie en un certain nombre n dans le convertisseur analogique numérique.

Ce nombre n traverse le régulateur sans modification.

L'amplificateur magnétique a été découplé du convertisseur numérique, analogique, et il a été remplacé dans le circuit de sortie du convertisseur, par une résistance de même résistance que l'enroulement de l'amplificateur magnétique.

La boucle de régulation est donc ouverte, et on convertit le nombre n , dans le CNA, en une tension proportionnelle à n , c'est-à-dire à la vitesse du moteur.

Cette tension de sortie du CNA est la réponse du système à la tension appliquée à l'entrée de l'amplificateur magnétique et le rapport de ces deux tensions est la fonction de transfert du système.

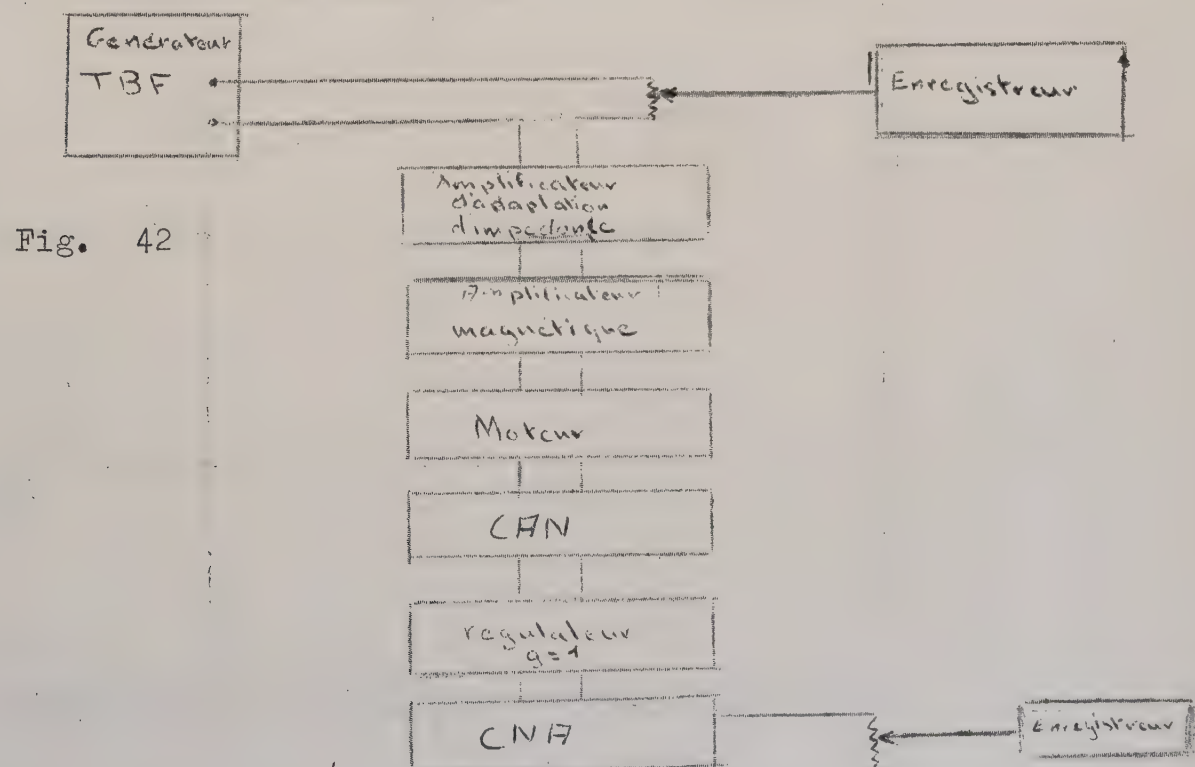
On enregistre la tension de sortie sur une deuxième piste de l'enregistreur.

Le rapport des amplitudes des deux signaux donne le gain du système à chaque fréquence, et leur déphasage, la courbe de phase.

La fonction de transfert a été relevée en 3 points de fonctionnement différents du moteur. Les 3 courbes sont sensiblement identiques.

Les différences proviennent du fait que le gain de l'amplificateur magnétique n'est pas rigoureusement constant tout le long de la caractéristique, et que la self de l'enroulement de commande varie avec l'état de saturation de l'amplificateur.

Schéma de montage de relevé de FT. (Fig. 42)



Résultats.

1°) Tension moyenne du moteur 60 Volts

fHertz	Pulsation ω	Gain	Déphasage (degrés)
0,05	0,0314	1,4	0
0,01	0,0628	1,4	1,5°
0,02	0,1256	1,32	3°
0,05	0,31	1,32	12°
0,1	0,62	1,26	18°
0,2	1,25	1,18	47°
0,3	1,88	1,1	74°
0,4	2,51	0,96	96°
0,5	3,14	0,87	110°
1	6,28	0,27	195°
2	12,5	0,07	300°

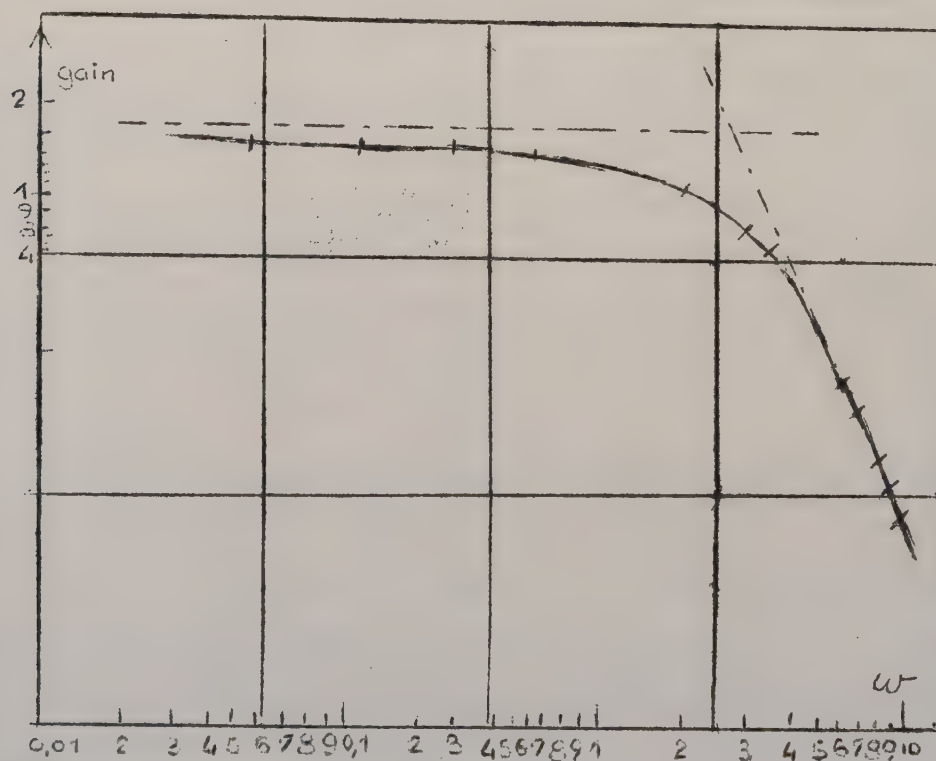


Fig. 43

Phase

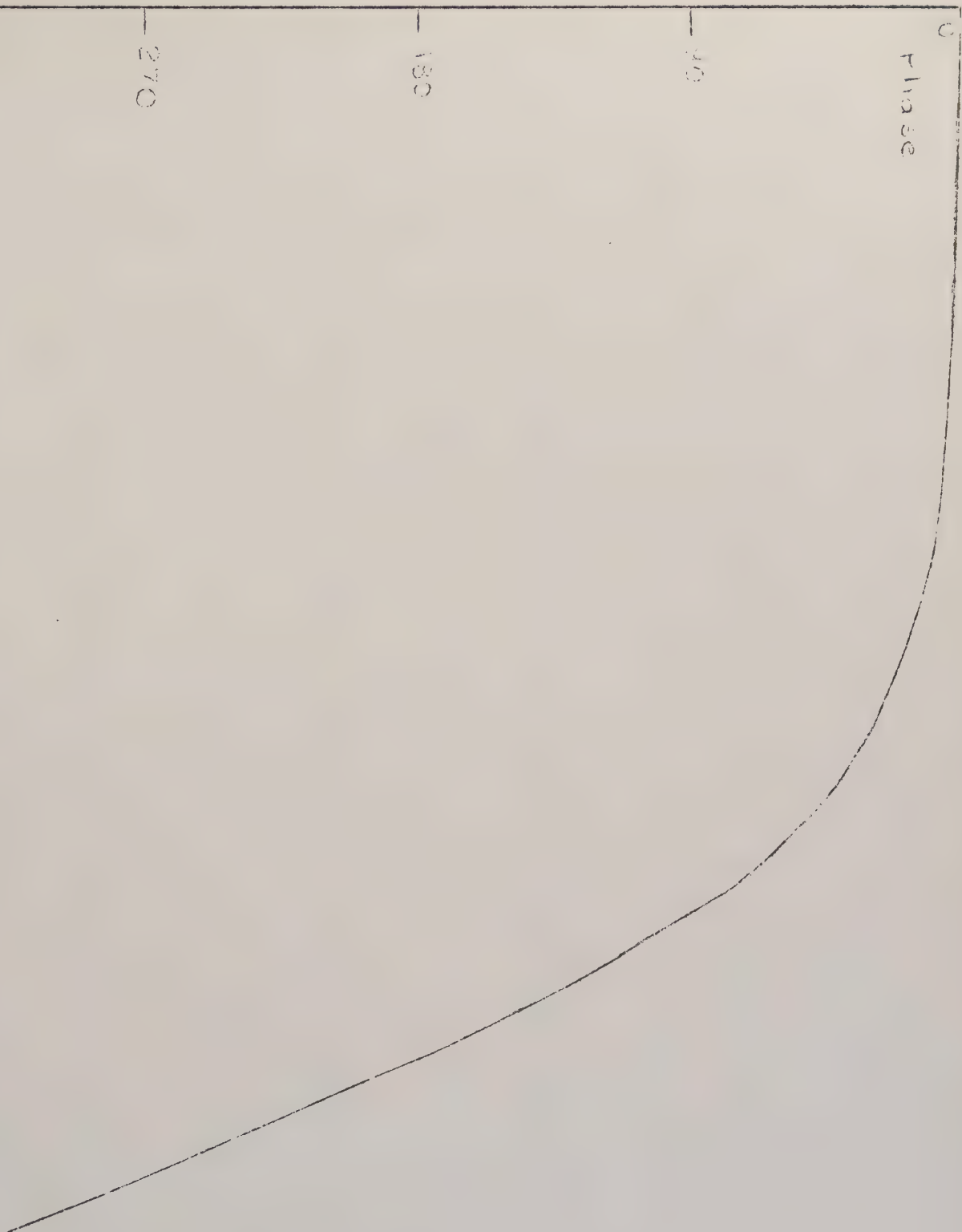


Fig. 44

Tension moyenne du moteur : 100 volts

f	w	g	Déphasage
0,01	0,06	1,58	3
0,02	0,12	1,58	4,7
0,05	0,31	1,34	11,5
0,1	0,62	1,5	25
0,2	1,25	1,38	52
0,3	1,88	1,22	80
0,4	2,51	1,05	110
0,5	3,14	0,86	124
0,6	3,78	0,69	145
0,7	4,40	0,53	166
0,8	5,02	0,405	174
0,9	5,66	0,325	186
1	6,28	0,26	205
1,1	6,91	0,23	210
1,2	7,5	0,195	230
1,3	8,09	0,16	230
1,4	8,8	0,14	230
1,5	9,32	0,12	
1,7	10,7	0,1	270
1,8	11,3	0,08	
2	12,6	0,06	
2,5	15,7	0,04	320

Tension moyenne du moteur : 150 Volts

f	w	g	Déphasage
0,005	0,03	1,16	1,9
0,01	0,06	1,11	3,6
0,02	0,12	1,11	4,8
0,035	0,21	1,11	7
0,05	0,31	1,11	13
0,1	0,62	1,04	24,5
0,2	1,25	0,97	51
0,3	1,88	0,86	73
0,4	2,51	0,7	105
0,5	3,14	0,62	116
0,6	3,77	0,5	137
0,7	4,39	0,4	152
0,8	5,02	0,334	174
0,9	5,66	0,295	184
1	6,28	0,186	190
1,1	6,9	0,186	215
1,2	7,53	0,135	237
1,5	9,42	0,093	250
1,7	10,64	0,075	267

On notera l'imprécision des résultats pour les fréquences élevées.

Pour ces fréquences, l'atténuation du signal est importante et le rapport signal sur bruit de fond devient très faible rendant en particulier les mesures de déphasage très imprécises.

Dans tous les cas, les mesures indiquées dans les tableaux résultent de la moyenne de 4 ou 6 mesures.

L'essentiel est d'avoir l'allure du déphasage autour de la valeur 180° pour la détermination des conditions de stabilité.

On constate que l'on a bien, comme le calcul l'avait indiqué une asymptote de pente 0 et une asymptote de pente -2 se coupant environ à la fréquence $w = 2$.

6.4. CONDITIONS DE STABILITE-PERFORMANCES.

L'examen de la FT montre que le déphasage arrière de 180° est atteint pour une fréquence $w = 5,5$. Le système sera stable si le gain à cette fréquence est inférieur à 1.

Le servomécanisme seul a un gain d'environ 0,3 à cette fréquence.

Le régulateur numérique qui ne comporte que les gains 1, 2, 4 etc... pourra donc être réglé avec $g = 1$ et $g = 2$ tout en gardant la stabilité du système.

Tous les oscillogrammes suivants ont été relevés pour une tension moyenne du rotor de 90 volts, c'est-à-dire le milieu de la caractéristique de l'amplificateur magnétique.

Ils montrent les variations de vitesse pour une perturbation (échelon unité) de $\frac{1}{16}$ de l'échelle totale.

N° 1 On a $Z_1 = 0$ $Z_2 = 0$ $g = 2$

Le système est stable
La fréquence pour laquelle
le gain est égal à 1 est
 $w = 3,8$. Le déphasage
arrière est alors 140°
degrés, soit une marge
de phase de 40° degrés,
ce qui est un peu faible.
Le système est insuffi-
samment amorti.

} Perturbation
Fig. 45

$$\text{N}^\circ 2 \quad \tau_1 = 0 \quad \tau_2 = 0 \quad g = 4$$

Comme le calcul l'indiquait le système est instable, le gain total pour 180° arrière étant 1,2. Théoriquement, l'oscillation entretenue devrait croître en amplitude. Pratiquement, du fait des non linéarités des systèmes réels, et que l'on est très près de la condition d'instabilité les oscillations restent sensiblement à amplitude constante.



Fig. 47.



Fig. 46

L'action dérivée, pour apporter une avance de phase compensatrice doit avoir une constante de temps voisine de $1/w\eta$. Pour τ_1 (constante de temps d'action dérivée) $= 1/w\eta$, on aura une avance de phase de 45° .

Pour $\tau_1 \gg 1/w\eta$, l'avance de phase tend vers 90° , mais l'amplification des bruits devient très importante, rendant instable le fonctionnement du régulateur.

L'expérience montre que pour $\tau_1 = 4 \Delta t = 0,32$ sec l'amplitude des bruits est telle que le régulateur est totalement perturbé.

$$\text{N}^\circ 3 \quad \tau_1 = 2 \Delta t = 0,16 \text{ sec} \quad \tau_2 = 0 \quad g = 4$$

La fréquence pour laquelle le gain est 1 est égale à $w = 6$. Le déphasage arrière est alors 190° .

D'autre part $\frac{1}{z_1} \approx 6$.
 L'action dérivée apporte
 donc 45° d'avance de phase.
 Le déphasage devient
 $190 - 45 = 145^\circ$, soit une
 marge de phase de 35° .
 Le système est stable
 mais mal amorti.

N° 4 $z_1 = 0,16$ sec $z_2 = 0$ $g = 2$

Le gain est égal à 1 pour $w = 3,8$
 On a $\frac{w}{1} = 0,6$. L'avance de phase

de l'action dérivée est seulement
 de 30 degrés pour $w = 3,8$. A cette
 fréquence le déphasage arrière est
 $140 - 30^\circ = 110$ degrés
 soit une marge de phase de 70° . Le
 système est stable et bien amorti.

Fig.48

Le réglage relatif de l'action proportionnelle et de l'action intégrale suppose le choix d'un critère.

Le réglage des actions est différent suivant que l'on se propose d'avoir, en régime transitoire.

$|E|_{\text{minimum}}$
 $\int_0^\infty E^2(t) dt$ minimum (Critère de Hall)

ou, si l'on fait intervenir la notion du spectre de fréquence des perturbations probables, le critère de Hall-Philips.

Nous n'entreprendrons pas la recherche du réglage optimum qui sortirait du cadre de cette étude.

Nous considérons seulement le cas, où l'on désire $|E|_{\text{minimum}}$

Dans ce cas, il faut prendre d'abord le réglage qui donne le gain le plus grand possible, et mettre de l'action intégrale dans la mesure où l'effet de celle-ci n'oblige pas à réduire le gain pour conserver la stabilité.

Les essais suivants seront donc faits avec le gain maximum compatible avec un bon amortissement, soit $g = 2$ et $z_1 = 0,16$ sec.

$$\text{N}^{\circ} 5 \quad \tau_2 = \frac{16\Delta t}{g} = 2; \tau_1 = 0,16$$

$$\frac{1}{\tau_2} = \frac{1}{16\Delta t} = 0,8 = w_2$$

A la fréquence $w = 3,8; \frac{w}{w_2} = 4,75$

Le retard introduit par l'action intégrale est 13° . Dans l'essai n° 4 on avait une marge de phase (MP) de 70° . Elle sera maintenant réduite à 57° .

Le système sera stable et bien amorti

$$\text{N}^{\circ} 6 \quad \tau_1 = 0; \tau_2 = 8\Delta t; g = 2$$

$w_2 = 1,6$. L'action intégrale introduit un retard de 23° . Comme il n'y a plus d'action dérivée, la marge de phase qui n'était plus que de 40° est donc ramenée à 17° . Système stable et très mal amorti.

$\text{N}^{\circ} 7 \quad \tau_1 = 0; \tau_2 = 4\Delta t; g = 2$
 $w_2 = 3,6$. Le retard de l'action intégrale est -45° . La marge de phase est -5° . Le déphasage arrière total vaut 185° .

Système instable.

Il entre en oscillation même sans perturbation. On notera l'augmentation de l'amplitude des oscillations

Fig. 49

Fig. 50

Fig. 51

N° 8 $\tau_1 = 0,16 \text{ sec}$ $\tau_2 = 4\Delta t$ $g = 2$

Cet essai a pour but de montrer l'influence stabilisante de l'action dérivée.

Cette dernière apporte 30° avant pour $w = 3,8$ ce qui porte la marge de phase à 25° .

On a un système stable mais pas très bien amorti.

Nous considérerons que c'est là le réglage optimum du régulateur.

Fig. 52

7. L'ECHANTILLONNAGE DANS LA REGULATION NUMERIQUE

7.1. LE PROCESSUS D'ECHANTILLONNAGE

Lors de l'établissement de la fonction de transfert de l'ensemble "régulateur, système asservi" nous avons appliqué la transformation de Laplace aux équations différentielles liant l'entrée et la sortie de l'ensemble en fonction du temps.

Mais dans la transformation nous avons admis implicitement que la sortie $s(t)$ et l'entrée $e(t)$ étaient des fonctions continues du temps, et qu'il n'y avait pas de discontinuité dans la transmission du signal à travers l'ensemble.

Considérons ce qui se passe réellement dans la régulation numérique. Soit $f(t)$ la fonction du temps (voir figure 53) représentant la grandeur à régler. Celle-ci étant une grandeur physique émanant d'un système ayant le plus souvent les caractéristiques d'un filtre passe-bas ne présente pas de discontinuité.

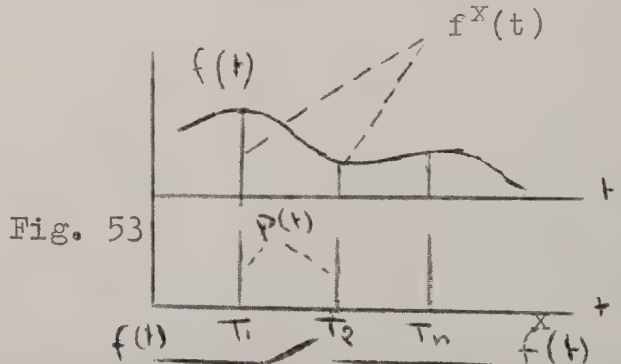


Fig. 53

Le convertisseur analogique numérique (CAN) comporte un registre dans lequel l'information, sous forme numérique, est transférée, avant d'être transmise au régulateur. Le registre ne peut contenir qu'un nombre et celui-ci caractérise la valeur instantanée de la grandeur à l'instant du transfert. Tout se passe comme si l'on fermait un interrupteur aux instants $T_1, T_2, \dots, T_n$ et la valeur transmise au régulateur est la valeur instantanée de $f(t)$ aux instants $T_1, T_2, \dots, T_n$ que nous désignerons par $f^x(t)$.

Nous appellerons ce processus "processus d'échantillonnage".

Il est clair qu'une partie de l'information a été perdue, puisque la suite de sortie $f^x(t)$ ne contient pas de données dans l'intervalle entre les instants d'échantillonnage.

C'est cette suite de nombres $f^x(t)$ qui est traitée dans le régulateur numérique et non le signal continu.

De même à la sortie du régulateur numérique, le convertisseur numérique analogique n'est remis à ce jour qu'à des instants $T_1, T_2 \dots, T_n$ et non pas continument. Il y a là également échantillonnage.

On conçoit que le comportement d'un tel système soit différent d'un système continu et que les méthodes d'analyse ne peuvent être appliquées sans quelques modifications.

Nous nous proposons d'établir une méthode d'analyse applicable à la régulation numérique et d'en vérifier expérimentalement la validité.

7.2. APPROXIMATION DE L'ECHANTILLONNAGE PAR IMPULSION

Dans la régulation numérique la fonction échantillonnée est une suite d'échantillons de durée infiniment courte, à intervalles de temps égaux à Δt , durée d'un cycle du calcul du régulateur. Pour simplifier, nous écrivons T au lieu de Δt désormais.

On peut considérer le processus comme la multiplication de $f(t)$ par une fonction d'échantillonnage $p(t)$ comme représentée sur la figure 53. On écrira :

$$f^X(t) = f(t) p(t)$$

Un échantillon infiniment étroit représentant une donnée physique avec précision, on utilise communément pour la fonction d'échantillonnage la fonction impulsion ou fonction de Dirac $\delta(t)$.

La notion de fonction impulsion d'échantillonnage donne à l'expression de $p(t)$ la valeur $p(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(t-nT)$

ou $\delta(t-nT)$ représente l'impulsion unité à l'instant nT . Son emploi fréquent par la suite autorise l'abréviation suivante :

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(t-nT) = \delta_T(t)$$

d'où :

$$f^X(t) = f(t) \delta_T(t)$$

L'impulsion étant infiniment étroite, les seules valeurs significatives de la fonction $f(t)$ sont les $f(nT)$, valeurs aux instants où apparaît la fonction impulsion $f^X(t) = f(nT) \delta_T(t)$.

Considérons les conséquences de l'approximation dans le domaine des fréquences.

La fonction $f_T(t)$ étant périodique peut être décomposée en série de Fourier

$$f_T(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} C_k e^{j2\pi kt/T}$$

ou les C_k sont les coefficients de Fourier dans la série exponentielle

$$f^X(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} C_k f(t) e^{j2\pi kt/T}$$

Il est intéressant de comparer la transformée de Fourier de la fonction échantillonnée $f^X(t)$ à celle de la fonction continue $f(t)$ d'où elle est tirée.

En appliquant le théorème de composition, à $F(j\omega)$ transformée de Fourier de $f(t)$ on a :

$$F[e^{\lambda t} f(t)] = F(j\omega - \lambda)$$

d'où $F^X(j\omega)$ transformée de Fourier de $f^X(t)$

$$F^X(j\omega) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} C_k F\left[j\left(\omega - \frac{2\pi k}{T}\right)\right]$$

Les coefficients C_k de Fourier sont donnés par l'intégrale

$$C_k = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f_T(t) e^{-\frac{j2\pi kt}{T}} dt$$

La surface de l'impulsion unité étant à l'origine égale à 1, l'intégrale a la valeur de $e^{-\frac{j2\pi kt}{T}}$ pour $t = 0$ soit 1, et quelque soit k :

$$C_k = \frac{1}{T} \text{ d'où } F^X(j\omega) = \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} F[j(\omega - k\omega_0)] \text{ avec } \omega_0 = \frac{2\pi}{T} \quad (1)$$

Conclusion : $F^X(j\omega)$ se présente comme une somme de spectres identiques séparés par l'intervalle de pulsation $\frac{2\pi}{T}$. L'échantillonnage a introduit une succession de spectres auxiliaires qui n'existaient pas dans l'original (Fig 54)

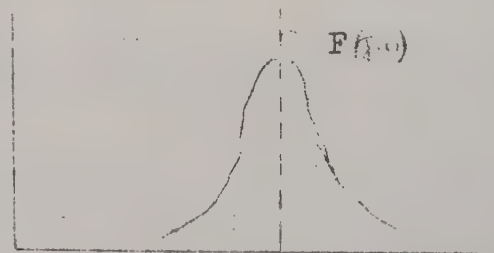
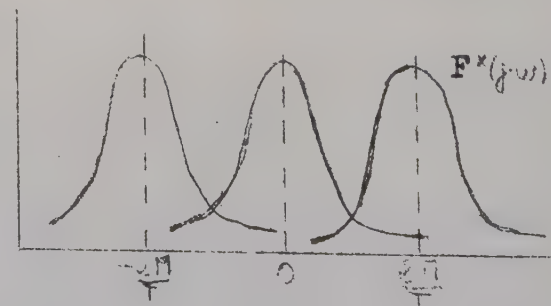


Fig 54



7.3. TRANSFORMÉE DE LAPLACE DE $f^x(t)$

Etant donnée la puissance de l'outil que représente la transformée de Laplace dans les systèmes continus, on peut être tenté de l'utiliser dans le cas des systèmes échantillonnés. Comme résultat, on désire obtenir la transformée de Laplace d'une fonction modulée en impulsions : $f^x(t)$.

On admet que $f(t)$ dont $f^x(t)$ dérive est transformable par Laplace.

Elle est donc nulle pour $t < 0$ et pour $t > 0$ on a :

$$f^x(t) = \sum_{n=0}^{\infty} f(nT) \cdot \delta(t-nT) \text{ ou } f(nT) \text{ est la valeur de } f(t)$$

à l'instant d'échantillonnage. Un terme particulier de la suite $f(nT)$ est une impulsion dont la surface est $f(nT)$ et sa transformée de Laplace, en utilisant le théorème du retard, est :

$$L[f(nT) \delta(t-nT)] = f(nT) \times e^{-nTp}$$

La transformée de $f^x(t)$ est donc $F^x(p) = \sum_{n=0}^{\infty} f(nT) x e^{-nTp} \quad (2)$

On peut endonner une autre expression en prenant dans l'expression (1) la variable p au lieu de jw ce qui revient à prendre la transformée de Laplace au lieu de Fourier.

$$F(p) = \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} F(p - kj\omega_0)$$

Pour l'étude des servo-mécanismes pratiques ces sommes infinies ne sont guère utilisables, c'est pourquoi nous allons introduire une autre transformation.

7.4. TRANSFORMÉE en z

Dans l'expression (2) remplaçons e^{-pT} par la variable auxiliaire $e^{pT} = z$. La transformée de Laplace de la suite échantillonnée peut être exprimée en fonction de z et portera alors le nom de transformée en z .

$$F^x(p) = F(z) = \sum_{n=0}^{\infty} f(nT) z^{-n}$$

Pour étudier la transformée en Z on utilise le plan complexe P , comme pour celle de Laplace, on utilise le plan complexe p .

Sur la figure ci-contre, les deux plans sont représentés. Tous les points de l'axe imaginaire du plan p sont sur le cercle unité du plan

Z , car pour $p = j\omega$ on a

$Z = e^{j\omega T}$ relation qui représente un nombre complexe dont le module est l'unité et l'argument ωT . Le plan Z montre une périodicité de $e^{j2\pi}$, l'axe de Z reprenant la même valeur chaque fois que l'argument augmente de 2π radians ce qui correspond à la périodicité de période $j\omega_0$ de :

$$F^X(p) = \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} F(p - kj\omega_0)$$

Les poles et les zéros de $F^X(p)$ sont ceux de $F(p)$ et se répètent indéfiniment à des intervalles $j\omega_0$. Les points semblablement situés dans chaque bande sont représentés par un même point dans le plan Z , chaque pole de $F(p)$ donnant un pole de $F(Z)$ et les singularités de $F(p)$ et de $F^X(p)$ sont représentées par un nombre fini de poles (et de zéro) dans le plan des Z .

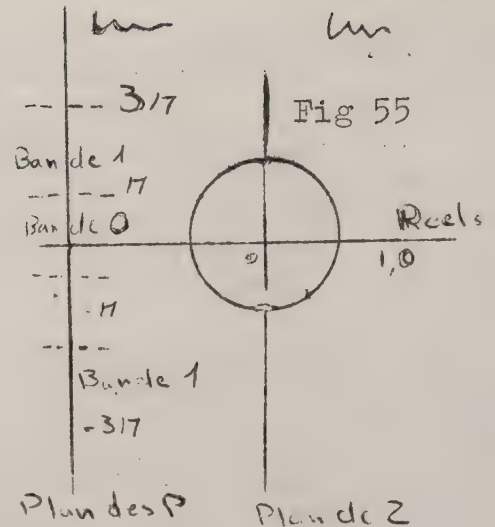
Il faut noter que la moitié droite du plan des p est transformée en le domaine du plan des Z située à l'extérieur du cercle unité tandis que la moitié gauche du demi-plan des p est transformée en le domaine intérieur au cercle unité.

La transformée en Z d'une fonction $f(t)$ est une transformation mathématique connue. Elle est donnée en fonction de la transformée de Laplace par la relation suivante :

$$F(Z) = \sum_{\text{poles de } F(S)} \text{Résidus de } \left[F(S) \frac{1}{1 - e^{ST} Z^{-1}} \right]$$

S désignant une variable imaginaire analogue à p .

Cette expression montre que pour tous les systèmes dont la transformée de Laplace a un nombre fini de poles, la transformée en Z est un polynome fini en Z ou en Z^{-1} dont l'ordre est au plus égal à celui du polynome en p .



Du point de vue pratique, il existe des tables donnant la transformée en Z de la plupart des fonctions du temps rencontrées dans les systèmes physiques.

Réciproquement, comme avec la transformée de Laplace, des méthodes d'inversion permettent, connaissant une transformée $F(Z)$ de revenir à la suite de nombres représentant la fonction du temps échantillonnée.

7.5

LA FONCTION DE TRANSFERT ECHANTILLONNEE

Pour un système continu dont les propriétés sont exprimées par un système d'équations différentielles linéaires à coefficients constants, la fonction de transfert qui lie l'entrée à la sortie du système est la transformée de Laplace de la réponse impulsionnelle.

Nous allons introduire une fonction de transfert dite échantillonnée, entre l'entrée et la sortie d'un système échantillonné.

Soit un élément continu ayant une fonction de transfert $G(p)$ recevant à l'aide d'un interrupteur une suite échantillonnée $r^x(t)$ à son entrée.

La sortie est échantillonnée simultanément pour produire la suite de sortie $C(t)$: Soit $R(Z)$ et $C(Z)$ les transformées en Z de $C^x(t)$ et $r^x(t)$, $G(Z)$ est la fonction de transfert échantillonnée qui les relie.

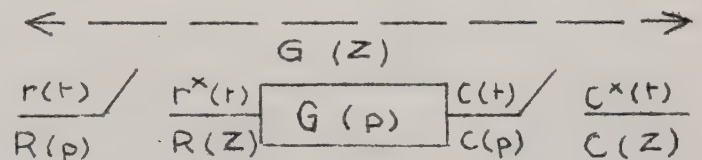


Fig: 56

Un train d'impulsions est appliqué à l'entrée du système et la sortie est la somme d'une série de réponses impulsionnelles d'espacement égal à T . Une composante particulière de la sortie est la réponse impulsionnelle résultant du

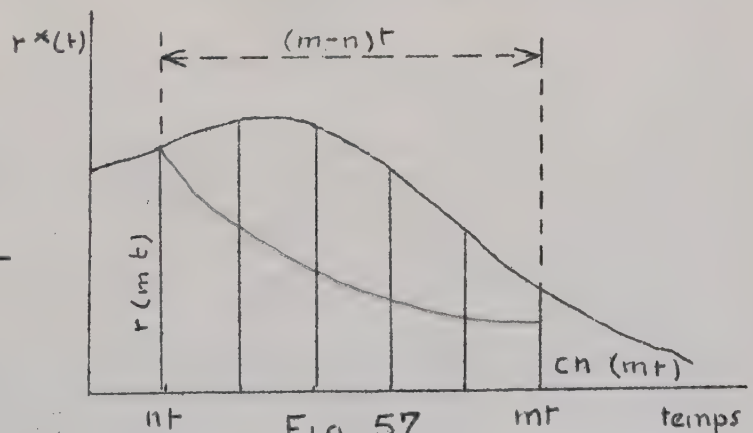


Fig 57

nième échantillon $r(nT)$ comme la figure 57 l'indique.

La contribution à la sortie d'une impulsion dont l'aire est $r(nT)$ échantillonnée au nième instant, est appelée $C_n(mT)$.

Elle vaut $C_n(mT) = r(nT) g(m-n) T$.

ou $g(m-n)T$ est la réponse impulsionnelle du système après un temps de $(m-n)T$ secondes. La valeur totale de la sortie au moment mT est la somme de toutes les contributions résultant des impulsions s'étendant des temps $t = 0$ au temps $t = mT$.

$$\text{Donc } c(mT) = \sum_{n=0}^m r(nT) g(m-n)T$$

La limite supérieure de sommation peut-être rejetée à l'infini puisque la réponse impulsionnelle $g(m-n)T$ vaut zéro pour les $(m-n)$ négatifs. D'où $c(mT) =$

$$\sum_{n=0}^{\infty} r(nT) g(m-n)T \quad (3)$$

Rappelons que $C(Z)$ est défini par $C(Z) = \sum_{m=0}^{\infty} c(mT) Z^{-m}$

En substituant la valeur de $c(mT)$ tirée de (3)

$$\text{On a : } C(Z) = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} r(nT) g(m-n)T Z^{-m} \quad (4)$$

Pour simplifier on introduit $K = m-n$, la sommation 4 devient

$$C(Z) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} r(nT) g(KT) Z^{-n} Z^{-k}$$

Pour les systèmes physiques $g(KT)$ est nul pour $K < 0$, de sorte que la limite inférieure de la première sommation peut être remplacée par 0.

Les facteurs sous le signe sommation sont fonctions de K ou de n de sorte qu'ils peuvent être séparés, d'où :

$$C(Z) = \sum_{k=0}^{\infty} g(KT) Z^{-k} \sum_{n=0}^{\infty} r(nT) Z^{-n} \quad (5)$$

La seconde sommation dans 5 est la transformée en Z , $R(Z)$ de la suite d'entrée $r(nT)$. La première sommation est $G(Z) = \sum_{k=0}^{\infty} g(KT) Z^{-k}$.

D'où, la transformée de la sortie $C(Z) = G(Z) R(Z)$ (6)

La relation entre les transformées en Z de sortie et d'entrée est donnée par (6) et $G(Z)$ sera appelée la fonction de transfert échantillonnée dont la définition est donnée par la relation (6) $G(Z)$ est la transformée en Z

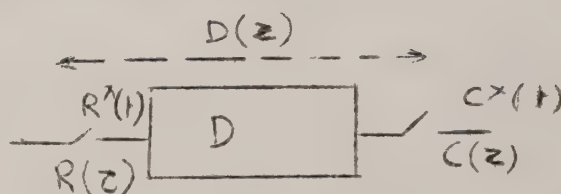
de la réponse échantillonnée $g(t)$. Elle peut être trouvée en appliquant une impulsion à l'entrée d'un système dont la fonction de transfert continue est $G(p)$ et en échantillonnant la sortie. La transformée en Z de la suite d'échantillons résultante est $G(Z)$.

8. LA FONCTION DE TRANSFERT ECHANTILLONNEE

D'UNE REGULATION NUMERIQUE

8.1. FONCTION DE TRANSFERT ECHANTILLONNEE DU REGULATEUR

Le précédent développement a été établi pour le cas où un élément continu était intercalé entre les deux échantillonneurs. Le régulateur numérique qui exécute des opérations arithmétiques sur des séquences de nombres pour livrer d'autres suites de nombres à sa sortie ne contient pas de tels éléments. On peut cependant définir une fonction de transfert échantillonnée numérique qui relie les suites d'entrée et de sortie.



F. 58

Schématiquement, le régulateur numérique est représenté par le diagramme fonctionnel (fig. 58)

Le bloc D représente l'opération arithmétique qui est exécutée.

L'interrupteur d'entrée représente le transfert du signal du convertisseur analogique numérique dans son registre.

L'interrupteur de sortie représente le transfert du contenu du registre du convertisseur numérique analogique dans les basculeurs de conversion de celui-ci. Les deux transferts sont synchrones, mais décalés d'un temps T égal au temps de calcul, soit :

$S(nT)$, $S(n-1)T$, $S(n-2)T$, etc la suite des nombres de sortie du régulateur avant l'instant nT .

De même $e(nT)$, $e(n-1)T$, $e(n-2)T$ etc.. la suite des nombres d'entrée

Le signal $S(nT)$ est la somme du signal d'action proportionnelle, du signal d'action intégrale et de celui d'action dérivée.

Le premier est égal à : $g \times e(nT)$ g étant le gain.

Le second a $-\frac{g}{Z_2} [e(nT) + e(n-1)T + \dots + e(2T) + e(T)]$
 Z_2 étant la constante de temps d'action intégrale.

L'action dérivée donne $gZ_1 [e(nT) - e(n-1)T]$ avec Z_1 constante de temps d'action dérivée.

d'où (8)

$$S(nT) = g[e(nT) + Z_1(e(nT) - e(n-1)T) + \frac{1}{Z_2}(e(nT) + e(n-1)T + \dots + e(T))]$$

Cette relation est valable pour tous les n entiers et positifs.

En réitérant l'équation pour toutes les valeurs de n et en appliquant la variable d'ordre correcte à chaque nombre, on a : (9)

$$\begin{aligned} \sum_{n=0}^{\infty} S(nT)Z^{-n} &= g \left[\sum_{n=0}^{\infty} e(nT)Z^{-n} + Z_1 \sum_{n=0}^{\infty} e(nT)Z^{-n} \right. \\ &- Z_1 \sum_{n=0}^{\infty} e(nT)Z^{-n-1} \\ &+ \frac{1}{Z_2} \sum_{n=0}^{\infty} e(nT)Z^{-n} + \frac{1}{Z_2} \sum_{n=0}^{\infty} e(nT)Z^{-n-1} + \dots + \\ &+ \left. \frac{1}{Z_2} \sum_{n=0}^{\infty} e(nT)Z^{-2n+1} \right] \end{aligned}$$

Cette relation complexe est valable pour chaque instant correspondant à un temps d'échantillonnage. Puisque le moment de l'incidence d'un nombre particulier est contenu dans l'exposant de Z , l'égalité à chaque instant d'échantillonnage doit être constatée entre les termes ayant le même exposant de Z . Si cela est fait pour chaque valeur particulière de n , on voit que la relation entre les nombres exprimés par (8) est bien obtenue. L'indice inférieur des sommations (9) est zéro, ce qui correspond au fait que les valeurs des suites d'échantillons sont nulles pour des temps négatifs.

Mettant en évidence les facteurs communs des diverses sommations de (9), on a :

$$\sum_{n=0}^{\infty} S(nT)Z^{-n} = \sum_{n=0}^{\infty} e(nT)Z^{-n} g \left[1 + Z_1(1-Z^{-1}) + \frac{1}{Z_2}(1+Z^{-1}+Z^{-2}+Z^{-(n-1)}) \right]$$

Les sommations qui ont mises en évidence sont les fonctions génératrices pour la sortie et l'entrée respectivement. En les remplaçant par $S(Z)$ et $e(Z)$ on a :

$$S(Z) = e(Z) g \left[1 + Z_1(1-Z^{-1}) + \frac{1}{Z_2}(1+Z^{-1}+Z^{-2}+ \dots + Z^{-(n-1)}) \right] \quad (10)$$

La fonction de transfert échantillonnée $D(Z)$ pour le système numérique est définie comme une relation reliant la fonction d'entrée $e(Z)$ à la fonction de sortie $S(Z)$ telle que $S(Z) = D(Z) e(Z)$

En utilisant le résultat de (10), $D(Z)$ devient

$$D(Z) = \frac{S(Z)}{e(Z)} = g \left[1 + Z_1(1-Z^{-1}) + \frac{1}{Z_2} (1+Z^{-1}+Z^{-2}+\dots+Z^{-(n-1)}) \right]$$

Si l'on remarque que la suite $1 + Z^{-1} + Z^{-2} + Z^{-(n-1)}$ avec $n = \infty$

caractérise une suite d'échantillon d'amplitude constante, on écrira que cette suite est la transformée en Z de la fonction du temps $f(t) = \text{Constante} = 1$

Mais par la méthode d'intégration des résidus, on trouve que cette transformée est égale à $\frac{1}{1-Z^{-1}}$, on aura donc l'expression

simplifiée de $D(Z)$

$$D(Z) = g \left[1 + Z_1(1-Z^{-1}) + \frac{1}{Z_2(1-Z^{-1})} \right]$$

D'autre part, entre la sortie et l'entrée du régulateur, il y a un retard égal à T , nécessaire au calcul. On obtiendra la fonction de transfert échantillonnée totale du régulateur en multipliant $D(Z)$ par la transformée du retard, c'est-à-dire $e^{-PT} = Z^{-1}$.

d'où : Fonction échantillonnée globale du régulateur

$$N(Z) = gZ^{-1} \left[1 + Z_1(1-Z^{-1}) + \frac{1}{Z_2(1-Z^{-1})} \right] \quad (11)$$

FONCTION DE TRANSFERT ECHANTILLONNEE DU CONVERTISSEUR NUMERIQUE, ANALOGIQUE.

Rappelons que la fonction de transfert d'un système est donnée par la transformée de Laplace de sa réponse impulsionnelle.

Considérons le convertisseur initialement au repos. Si à l'instant 0, le régulateur applique une impulsion égale à l'unité au convertisseur, celui-ci prendra la valeur 1 et la conservera jusqu'à la venue d'une nouvelle impulsion T

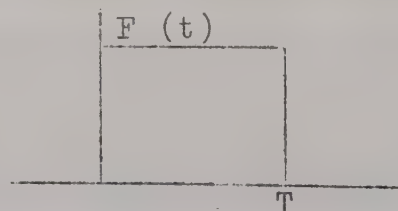


Fig 59

secondes plus tard. Puisque nous cherchons la réponse à une impulsion unité, nous ferons la deuxième impulsion égale à 0, et le convertisseur prendra la valeur 0.

On obtient ainsi la réponse impulsionnelle du convertisseur représentée figure 59. La transformée de Laplace de cette fonction du temps est $\frac{1}{p} - \frac{1}{p}e^{-pT}$

$$\text{ou } \frac{1-e^{-pT}}{p} = E(p)$$

dont la transformée en Z est : $\frac{1 - Z^{-1}}{1 - Z^{-1}} = 1$

Cette transformée offre peu d'intérêt, car, comme nous le verrons plus loin, il n'y a pas d'échantillonnage à la sortie du convertisseur et sa fonction de transfert ne peut être disjointe de celle du système à régler.

8.3. FONCTION DE TRANSFERT ECHANTILLONNEE D'UN SYSTEME REGULE NUMERIQUEMENT.

L'asservissement numérique peut être représenté par le diagramme suivant (fig.60)

Rappelons le fonctionnement général.

L'écart ϵ entre la référence et la mesure apparaît uniquement sous forme numérique. Les digits de poids croissants de ϵ sont traités successivement dans le régulateur numérique N. Le signal de sortie de celui-ci est transféré, tous les intervalles de temps T dans le convertisseur numérique analogique CNA, de fonction de transfert $E(p)$.

Le signal analogique du CNA est appliqué au système à régler de fonction de transfert $F(p)$. La mesure de la grandeur à régler se fait au moyen du convertisseur analogique numérique qui exprime numériquement, mais cependant continuellement, la valeur de la grandeur à régler $S(t)$. Celle-ci a pour transformée de Laplace $S(p)$.

Le signal de sortie de CNA est transféré, tous les intervalles de temps T dans un registre, d'où il est ensuite envoyé dans le comparateur d'entrée.

Celui-ci reçoit en synchronisme, sous forme arithmétique, la référence R et la mesure, égale à S, pour élaborer ϵ .

On peut représenter ce fonctionnement au moyen des interrupteurs fictifs ER, EN, ES, qui se ferment en synchronisme pendant un temps infiniment court.

L'interrupteur ER représente le transfert, tous les temps T, de la référence R dans le comparateur ; l'interrupteur ES représente le transfert du contenu du CAN dans son registre.

L'interrupteur EN représente le transfert du résultat de calcul du régulateur dans le convertisseur numérique analogique.

L'écart $\mathcal{E}$, issu de deux fonctions du temps échantillonnées $R^X(t)$ et $S^X(t)$ ayant chacune pour transformée en Z, respectivement $R(Z)$ et $S(Z)$, est lui-même une fonction échantillonnée de transformée $\mathcal{E}(Z)$.

La sortie du régulateur étant échantillonnée, la fonction du temps $C^X(t)$ entrant dans le convertisseur est une fonction échantillonnée, dont la transformée en Z est obtenue en multipliant la fonction incidente $\mathcal{E}(Z)$ par la fonction de transfert échantillonnée du régulateur $N(Z)$

$$\text{d'où } C(Z) = \mathcal{E}(Z) N(Z)$$

Comme il n'y a pas d'échantillonnage entre le CAN et le système, il n'y a pas lieu de prendre les fonctions échantillonnées du CAN et du système, mais pour obtenir la transformée en Z de la sortie $S(Z)$, il convient de multiplier $C(Z)$ par la fonction de transfert échantillonnée de l'ensemble CAN et système à régler.

Cet ensemble a pour transformée de Laplace $E(p) F(p) = G(p)$ dont la transformée en Z sera $G(Z)$

$$\text{On a donc } S(Z) = G(Z) N(Z) \mathcal{E}(Z)$$

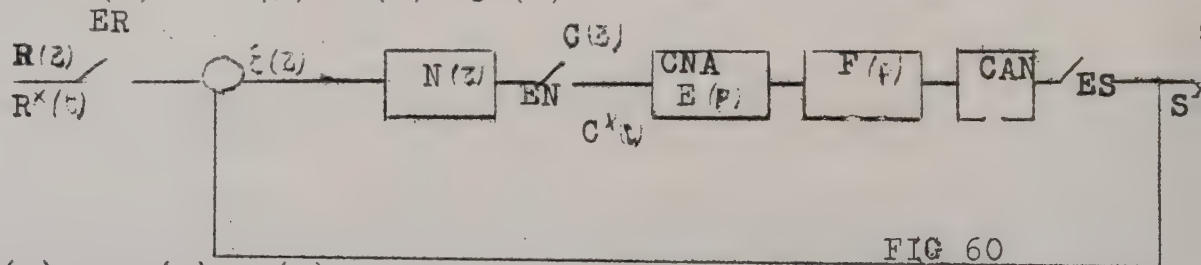


FIG 60

$$\text{Mais } \mathcal{E}(Z) = R(Z) - S(Z)$$

$$\text{d'où } S(Z) = R(Z) N(Z) G(Z) - S(Z) N(Z) G(Z)$$

$$S(Z) = \frac{N(Z) G(Z) R(Z)}{1 + N(Z) G(Z)}$$

La fonction de transfert échantillonnée étant la relation qui lie la sortie échantillonnée, on a donc :

Fonction de transfert échantillonnée d'une régulation numérique =

$$\frac{N(Z) G(Z)}{1 + N(Z) G(Z)} \quad (12)$$

9. STABILITE D'UNE REGULATION NUMERIQUE

Pour un système linéaire, la stabilité implique que la réponse de la sortie à une entrée finie doit être également finie. Pour les systèmes échantillonnés, un système sera stable si la suite d'impulsions à la sortie est finie, quand la suite d'impulsions à l'entrée est également finie.

Dans les systèmes linéaires, pour être stable, il faut que tous les poles de la fonction de transfert en boucle fermée aient leur partie réelle négative.

On démontre dans les systèmes asservis échantillonnés qu'un système est stable si sa fonction de transfert échantillonnée ne contient pas de poles en dehors du cercle unité du plan des Z .

Dans les systèmes linéaires les fonctions de transfert se présentent sous la forme de fractions rationnelles en p , dont les poles sont malaisément calculables.

Pour éviter cette difficulté, on utilise le critère graphique de Nyquist qui permet de déterminer, à partir du lieu de transfert en boucle ouverte, si la fonction de transfert en boucle fermée a des poles à partie réelle positive.

Le calcul des poles des fonctions échantillonnées présente les mêmes difficultés.

Le problème est de déterminer si les racines du dénominateur de (12) demeurent à l'extérieur du cercle unité du plan (Z)

On peut chercher un critère graphique en appliquant le même théorème de Cauchy qui conduit au critère de Nyquist dans les systèmes continus. Rappelons que ce théorème dit que si un contour fermé du plan de la variable enveloppe des poles et des zéros d'une fonction, le nombre de fois que le contour correspondant entoure l'origine dans le plan de la fonction est égal à la différence entre le nombre des zéros et des poles enveloppés.

Moyennant un choix judicieux du contour fermé, on démontre que le système est stable, si lorsque la variable $Z = e^{-j\omega T}$

varie de e^0 à $e^{-2\pi j}$, le tracé dans le plan des Z de la fonction $N(Z)G(Z)$ entoure le point -1 un nombre de fois égal au nombre de poles de la fonction.

Si le système est stable en boucle ouverte, la fonction $N(Z)G(Z)$ n'a pas de poles, et le système est stable si le tracé de $N(Z)G(Z)$ n'entoure pas le point -1 .

Ce tracé est aussi appelé : lieu de transfert échantillonné.

10. VERIFICATION EXPERIMENTALE DE LA THEORIE DE L'ECHANTILLONNAGE SUR UNE REGULATION NUMERIQUE

10.1. LA METHODE DE VERIFICATION

10.1.1. PRINCIPE

Pour vérifier les principales propositions et démonstrations énoncées auparavant, à savoir : Approximation de l'échantillonnage par impulsion

Transformée en

Z appliquée à la régulation numérique.

Critères de stabilité.

Nous avons choisi une expérience qui met en jeu ces différentes propriétés.

L'expérience consiste à amener progressivement une régulation numérique jusqu'à l'instabilité. Celle-ci est caractérisée par l'apparition d'un signal de sortie qui augmente jusqu'à la saturation du système.

En appliquant la transformation en (Z) aux paramètres de la régulation et en utilisant le critère de stabilité, on doit trouver par le calcul les conditions entraînant l'instabilité, et vérifier leur identité avec les conditions expérimentales si la théorie est exacte.

Nous expérimenterons sur un système stable en boucle ouverte.

Le lieu de transfert, lorsque le système en boucle fermée est stable n'entoure pas le point -1 (voir fig.61) mais le module du nombre complexe $N(Z) G(Z)$ est proportionnel au gain g du régulateur, alors que l'argument est indépendant de g .

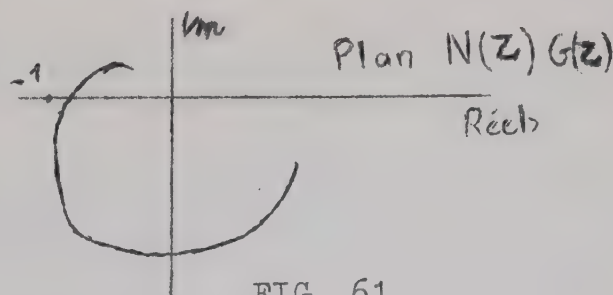


FIG. 61

En augmentant g on peut donc faire passer le lieu par -1 et avoir instabilité.

Nous calculerons le module de $N(Z) G(Z)$ avec $g = 1$ lorsque le déphasage arrière de $N(Z) G(Z)$ est égal à π . Soit m ce module. le gain g_1 qui entrainera l'instabilité sera égal à $\frac{1}{m}$

Expérimentalement, sur le système, nous augmenterons le gain jusqu'à l'apparition de l'instabilité. Nous aurons un gain expérimental g_1

On doit avoir $g_1 = g_1$

10.1.2. REALISATION PRATIQUE, MODE OPERATOIRE.

Pour vérifier les hypothèses, il est essentiel de connaître le plus exactement possible les équations du système.

Les conditions d'instabilité se produisent pour des fréquences élevées et le relevé expérimental exact des caractéristiques d'un système est malaisé à ces fréquences, car dans les différents tests, les réponses sont de faible amplitude et fortement perturbées par les bruits inhérents aux mesures.

Pour éliminer autant que possible cet inconvénient, nous avons choisi une grandeur, qui industriellement parlant a très peu de bruit : à savoir: une température.

Le système à réguler était donc une chaudière aux caractéristiques suivantes :

Chauffage électrique : Puissance 9 kw

Fluide chauffé : Produit organique ayant une température d'ébullition de 258° .

Le fluide est chauffé sous forme liquide pour être vaporisé.

La vapeur est utilisée pour le réchauffage d'échangeurs destinés à fondre les polyamides servant à la fabrication des fils synthétiques.

Température de la vapeur	:	290 degrés
Pression de la vapeur	:	1 Kg
Masse de la chaudière	:	500 Kg

La température était mesurée au moyen d'une sonde thermométrique au platine plongée dans un doigt de gant, celui-ci étant immergé dans la vapeur du fluide chauffant.

Nous n'avons pas équipé ce système d'un régulateur numérique mais simulé le fonctionnement de celui-ci de la manière suivante (fig. 62)

La mesure de température était envoyée à un régulateur R à action proportionnelle simple. Cet appareil qui du point de vue technologique était pneumatique fournissait à sa sortie un signal continu analogique proportionnel

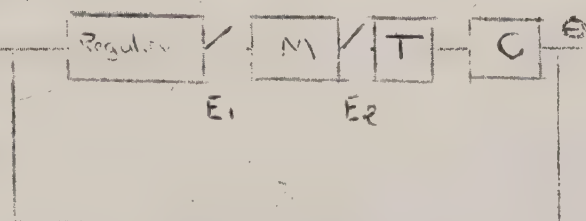


Fig 62

à l'écart mesure-consigne. Ce signal était connecté par l'intermédiaire d'un interrupteur à une mémoire M, elle-même connectée à l'aide d'un autre interrupteur au servomoteur d'un autotransformateur à rapport variable T.

Ce dernier appareil servait à faire varier la puissance électrique de chauffage de la chaudière C.

Soit T la période de calcul du régulateur numérique à simuler.

A l'instant 0, on ferme pendant un instant très court (1 à 2 % de T) l'interrupteur E1 qui charge la mémoire M de la grandeur $K E_a$. Cet interrupteur simule l'échantillonnage du convertisseur analogique numérique. Le régulateur pneumatique étant instantané, et n'ayant pour seule fonction que de multiplier E par un coefficient K, l'interrupteur E1 peut-être placé indifféremment à l'entrée ou à la sortie du régulateur. Ce sont des raisons technologiques que l'ont fait mettre à la sortie.

A l'instant T, on ferme pendant un temps très court l'interrupteur E2. Ce temps est cependant assez long pour permettre au servo-moteur de positionner l'autotransformateur.

En réalité, pour linéariser l'ensemble, le signal transmis par E2 est appliqué à un régulateur qui compare ce signal à la tension de sortie du transformateur, et qui agit sur le servomoteur de façon à égaliser ces deux signaux.

A l'instant T, le transformateur fournit donc un signal égal à $K\epsilon_0$, valeur de $K\epsilon$ à l'instant 0.

En même temps on transfère dans M, par l'intermédiaire de E1 la valeur $K\epsilon T$.

La tension de sortie du transformateur ne sera modifiée qu'à l'instant $2T$ et égalée à $K\epsilon T$ par l'interrupteur E2.

A l'instant $2T$ on transférera dans M, par E1 la valeur $K\epsilon 2T$.

On a donc simulé à la fois, la remise à jour, aux instants T, $2T$, $3T$ du convertisseur numérique analogique, et le retard T du temps de calcul du régulateur.

10.2. FONCTION DE TRANSFERT DU SYSTEME A REGULER

Soit W la puissance électrique appliquée à la chaudière et θ la température de la vapeur du fluide chauffé. Fig. 63

Soit C la capacité calorifique de la chaudière. Celle-ci bien qu'elle soit calorifugée soigneusement, perd de la chaleur par rayonne-

ment, conduction et convection. En fonctionnement normal, la chaudière à une température constante de 290 degrés.

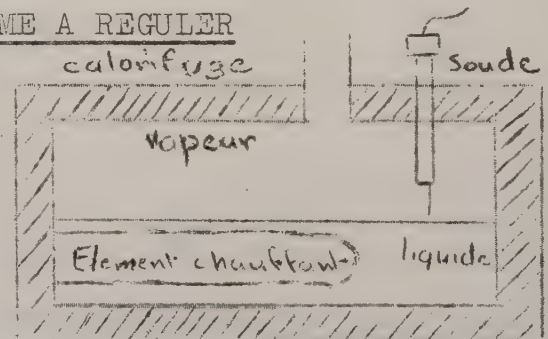


Fig 63

Nous étudierons la fonction de transfert pour de faibles variations de la température autour de cette valeur. On peut donc considérer, pour de petites variations de la température θ que les pertes calorifiques sont proportionnelles à la température. Soit K le coefficient de proportionnalité.

On a donc :
$$W = C \frac{d\theta}{dt} + K \theta$$

Soit $W(p)$ la transformée de Laplace de w et $\theta(p)$ celle de θ

On a : $W(p) = C_p\theta(p) + K\theta(p)$

$$\theta = \frac{W(p)}{C_p + K}$$

La fonction de transfert de la chaudière est donc :

$$\frac{1}{C_p + K} = \frac{1}{K(\frac{C_p}{K} + 1)}$$

soit un système du premier ordre avec :

$$Z = \frac{C}{K} \quad F \text{ de } T = \frac{1}{K(\frac{C}{K} + 1)}$$

θ est la température de la vapeur mais non pas celle de la sonde thermométrique θ' . Entre θ' et θ il existe une fonction de transfert due à la propagation de la chaleur à travers le doigt de gant et la gaine de la sonde, dont nous ignorons tout du point de vue équation de propagation. Seule l'expérience pourra nous renseigner sur cette fonction de transfert. Nous sommes donc amenés à distinguer la fonction de transfert du premier ordre et la fonction de transfert des ordres élevés.

10.2.1. LA FONCTION DE TRANSFERT DU PREMIER ORDRE

La détermination de cette fonction de transfert est très importante pour la vérification expérimentale, car, comme nous le verrons, le gain donnant l'instabilité est proportionnel à Z et à K .

Nous utiliserons trois méthodes de détermination :

10.2.1.1. Test harmonique. Mesure de déphasage

On envoie à l'entrée du servomoteur du transformateur variable un signal sinusoïdal sous forme pneumatique.

Le générateur de signal sinusoïdal est un programmeur pneumatique du commerce, dans lequel la came de programmation a été taillée en forme de sinusoïde.

En changeant la vitesse de rotation du moteur, on obtiendra des fréquences différentes.

La gamme des fréquences auxquelles pouvait être soumis la chaudière était très étroite. En effet, pour des fréquences élevées, par exemple $w = \frac{2\pi}{3600}$, par le déphasage

était important (83 degrés) et une faible erreur sur sa valeur entraînait une erreur importante sur sa tangente, donc sur ζ qui est proportionnel à la tangente.

Par contre, pour des fréquences basses, par exemple $w = \frac{2\pi}{8 \times 3600}$ soit une période de 8 heures, il se produisait des dérivés dues aux variations de température ambiante du local ou avaient lieu les essais.

Nous avons finalement choisi une période en 4 heures

Résultats :

$$w = \frac{2\pi}{4 \times 3600} \quad \text{Déphasage } \gamma = 72,5 \text{ degrés}$$

Le déphasage est mesuré graphiquement sur l'enregistrement de la température réalisé sur un thermomètre enregistreur.

$$|\operatorname{tg} \gamma| = 3,17 = \zeta w$$

d'où $\zeta = 7300$ secondes

10.2.1.2 Test harmonique. Mesure de l'atténuation

On mesure l'amplitude A_0 crête à crête de la sinusoïde pour la fréquence 0. On pourrait pour cela placer la came à son maximum, arrêter sa rotation et attendre que la chaudière prenne la température Θ_M d'équilibre correspondant à la puissance WM fournie par le transformateur lorsque la came est à son maximum. On pourrait recommencer pour le minimum de la came. L'écart des deux températures obtenues est égal à A_0 . Ce mode opératoire est irréalisable, car pendant le temps de stabilisation, au moins égal à 3ζ , des dérives dues aux variations extérieures viendraient fausser la mesure.

On opère comme suit :

Supposons qu'ayant placé la came à son maximum, la température monte (1). Au moyen d'une commande manuelle distincte du servomoteur, on amène le transformateur à son maximum de puissance. La température monte alors très

vite. L'ayant laissé monter de quelques degrés, on ramène la puissance à la valeur correspondant au maximum de la came. La température va continuer à monter, mais moins vite qu'en (1) puisque la chaudière est plus chaude. En réitérant un certain nombre de fois, on arrive au moment où la température reste stable avec la puissance déchauffe WM. La température obtenue est Θ_M .

On opère de même avec le minimum de la came.

On mesure ensuite l'amplitude crête à crête pour une pulsation w différente de 0.

Résultats

Amplitude A_0 crête à crête pour $w = 0$ 20,6° centigrades
 Amplitude A_1 " " pour $wI = 2$ 6,1° "

$$Z^2_{wI} + 1 = \left(\frac{20,6}{6,1}\right)^2 = 11,4 \quad Z^2_{wI} = \frac{4 \times 3600}{wI} = 10,4$$

$$Z = 7400 \text{ Secondes}$$

10.2.1.3 Mesure des coefficients C et K

Lorsque qu'on applique un échelon unitaire de puissance, la pente de la tangente à l'origine de la courbe de la température est égale à $\frac{1}{C}$

Nous avons vérifié que pour des échelons d'amplitude différente (400 watts, 700 watts, 1000 watts, 1800 watts) la pente $\frac{d\Theta}{dt}$ de la tangente à l'origine est proportion-

nelle à l'amplitude de l'échelon, ce qui montre que le système est linéaire.

Résultats : On trouve $\frac{1}{C} = \frac{d\Theta}{dt} = \frac{5}{106}$ degrés/secondes/watts

$$C = \frac{106}{5} \text{ Joules/degrés}$$

Lorsque le système est à l'équilibre, on a :

$$W = K\Theta$$

Par la méthode décrite ci-dessus, on équilibre le système pour $W = W_1$ ce qui donne $\Theta = \Theta_1$ et pour

$$W = W_2 \text{ ce qui donne } \Theta = \Theta_2$$

$$K(\Theta_1 - \Theta_2) = W_1 - W_2$$

Résultats :

Pour $W_1 = 4610$ Watts $\theta_1 = 296,4^\circ$ centigrades
 $W_2 = 3920$ Watts $\theta_2 = 273^\circ$

d'où $1/K = \frac{23,4}{690}$ degrés/watts $K = \frac{690}{23,4}$ watts/degrés.

d'où $\tau = \frac{C}{K} = 6800$ secondes

Nous prendrons pour τ la valeur moyenne des trois méthodes soit $\tau = 7200$ secondes

10.2.2. LA FONCTION DE TRANSFERT DES ORDRES ELEVES $H(p)$

Comme nous n'avions, a priori, aucune idée de la forme de cette fonction de transfert, il aurait été nécessaire, avec la méthode d'analyse harmonique de disposer d'essais à de nombreuses fréquences différentes. La nécessité d'avoir dans le programmeur à cames différentes vitesses de moteur compliquait sérieusement l'expérimentation. Nous avons préféré utiliser la méthode des échelons unitaires. Il n'est pas possible matériellement d'appliquer un échelon unitaire à $H(p)$ puisque l'on ne peut atteindre $H(p)$ qu'à travers la fonction du premier ordre.

Si l'on applique un échelon unitaire de transformée de Laplace $\frac{1}{p}$ au système tout entier, on appliquera à $H(p)$ une fonction

$$\frac{1}{p} \cdot \frac{1}{K(zp+1)}$$

Il se trouve que dans le domaine des fréquences qui donnent à $H(p)$, une valeur différente de 1, la quantité zp est très grande devant 1. La fonction du premier ordre se réduit à $\frac{1}{Kzp}$ et la fonction appliquée à $H(p)$

lorsqu'on applique un échelon unitaire au système, est égale à $\frac{1}{zKp^2}$, dont la fonction du temps inverse est $\frac{t}{zK}$, c'est-à-dire un échelon non unitaire de vitesse.

En faisant abstraction pour l'instant des coefficients z et K , on écrira que la réponse du système à un échelon unité est $\frac{1}{p^2} H(p)$ (13)

Si l'on ne donne à p que des valeurs imaginaires pures ce qui revient à employer la transformée de Fourier au lieu de Laplace. (13) devient :

$$-\frac{1}{w^2} H(jw)$$

c'est-à-dire que l'argument de $\frac{-H}{w^2}(jw)$ est égal, à π près, à celui de $H(jw)$.

Connaissant la réponse temporelle $S(t)$ du système à un échelon unitaire, nous allons décomposer $S(t)$ en intégrale de Fourier.

Nous obtiendrons l'argument de $S(jw)$ transformée de Fourier de $S(t)$.

Cet argument est égal, à π près, à celui de $H(jw)$

10.2.2.1. Décomposition en intégrale de Fourier

Comme nous le verrons par la suite, l'expérience montre que la réponse $S(t)$ est la somme d'une fonction de la forme at et d'une fonction inconnue $f(t)$. On a :

$$\begin{aligned} S(jw) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S(t) e^{-jw t} dt \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} at e^{-jw t} dt + \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-jw t} dt \end{aligned}$$

La première somme est la transformée de Fourier de at qui est égale à $-\frac{1}{w^2}$ et la seconde la transformée de $f(t)$

$$\text{D'où : } S(jw) = -\frac{1}{w^2} + f(jw)$$

La tangente de l'argument de $S(jw)$ est égale à :

Imaginaires de $S(jw)$

Réels de $S(jw)$

$$\begin{aligned} \text{On a : } \text{Imag de } S(jw) &= \text{Imag } f(jw) \\ \text{Réels de } S(jw) &= -\frac{1}{w^2} + \text{Réels de } f(jw) \end{aligned}$$

$$\text{Mais : } \text{Imag } f(jw) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \sin wt dt$$

$$\text{Réels } f(jw) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \cos wt dt$$

D'où :

$$\text{Arg } S(jw) = \text{Arc tg } \frac{\int_{-\infty}^{\infty} f(t) \sin wt dt}{-\frac{1}{w^2} + \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \cos wt dt} = \varphi$$

Le calcul des sommes a été fait par méthode graphique.

Résultats :

Voir courbe (65) résultat expérimental de la réponse d'un échelon unité. On vérifie que l'on a bien la somme d'une fonction at et d'une fonction af/t . Le choix des échelles conduit à $a = 1/2$.

Le système étant linéaire, il suffit de doubler les ordonnées pour obtenir la réponse à un échelon de vitesse unitaire.

On a tracé $f(t)$ sur la courbe (64)

Le calcul de déphasage donne les résultats suivants :

ω	$\frac{1}{95,5}$	$\frac{1}{57,3}$	$\frac{1}{36,4}$	$\frac{1}{28,65}$	$\frac{1}{19,1}$
φ	-18,9	-52°	-100°	-142°	-280°

10.2.2.2. La détermination de $H(p)$

Nous sommes maintenant en possession du déphasage de $H(j\omega)$ pour différentes valeurs de ω . Pour, à partir de ces valeurs retrouver $H(p)$ il faut avoir quelques notions sur la forme de $H(p)$.

On remarquera tout d'abord que lorsque t devient infini la fonction $S(t)$ devient égale à at , donc $f(t)$ tend vers 0 pour $t \rightarrow \infty$.

Nous avons vu (13) que $S(p)$ transformée de Laplace de $S(t)$ est égale à $\frac{1}{p^2} H(p)$

La transformée de Laplace de la fonction $f(t)$ est égale à :

$$\frac{1}{p^2} - \frac{1}{p^2} H(p) = f(p) = \frac{1}{p^2} (1 - H(p))$$

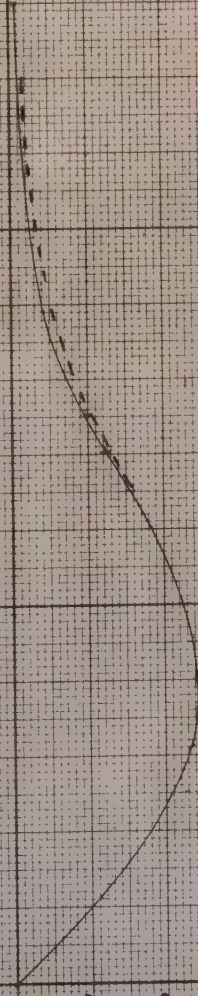
En effet $f(t)$ est l'écart entre l'échelon de vitesse t , de transformée $\frac{1}{p^2}$ et la réponse $S(t)$ de transformée $\frac{1}{p^2} H(p)$.

La fonction $H(p)$ peut s'écrire $\frac{NH(p)}{DH(p)}$, $NH(p)$ et $DH(p)$

Représentation graphique de $p(t)$ et $p'(t)$

$p'(t)$

$p(t)$



Secondes

300

200

100

0

Fig - 6.5

Echelon unitaire du 1000W

86

85.5

85

84.5

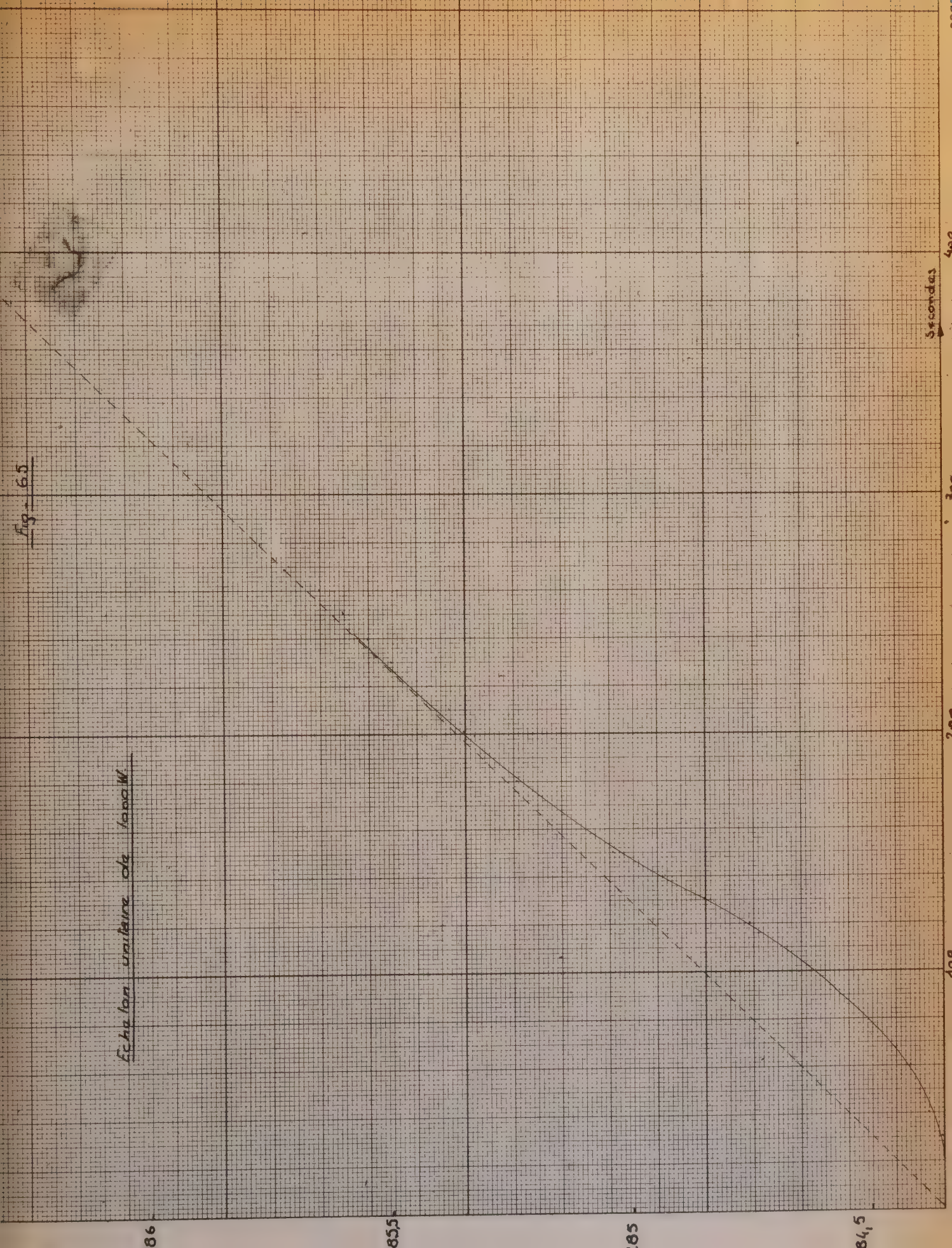
Secondes

100

200

300

400



désignant respectivement le numérateur et le dénominateur de $H(p)$

$$\text{D'où } f(p) = \frac{1}{p^2} \frac{DH(p) - NH(p)}{DH(p)}$$

D'autre part, le théorème des valeurs finales et initiales de la transformation de Laplace nous indique que :

La limite de $f(t)$ pour t tendant vers l'infini est égale à la limite de $pf(p)$ pour p tendant vers 0, ce que l'on écrit :

$$f(\infty) = \lim_{p \rightarrow 0} p f(p)$$

$$\text{D'où } f(\infty) = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{1}{p} \frac{DH(p) - NH(p)}{DH(p)}$$

L'expérience montre que $f(\infty) = 0$

$$H(p) \text{ est donc tel que } \lim_{p \rightarrow 0} \frac{1}{p} \left(\frac{DH(p) - NH(p)}{DH(p)} \right) = 0 \quad (14)$$

$NH(p)$ est un polynome en p de la forme

$$A_1 p^n + A_2 p^{n-1} + \dots + A_{n+1}$$

De même $DH(p)$ est de la forme $B_1 p^n + B_2 p^{n-1} + \dots + B_{n+1}$

Pour que l'égalité (14) soit vérifiée, il faut $A_n = B_n$

Nous allons examiner le cas où l'on aurait $A_n = B_n = 0$
c'est-à-dire qu'il n'y aurait pas de termes en p dans $DH(p)$.

Dans ce cas là, la décomposition en fractions rationnelles de $S(p)$ ne comporterait que des termes de la forme

$$\frac{ap+b}{(p-c)^2+d^2} \text{ et } \frac{e}{p}$$

Or la première forme est la transformée de Laplace d'une fonction périodique et la seconde d'une constante.

$S(p)$ serait donc la somme de plusieurs fonctions périodiques.

Or l'expérience montre que $S(p)$ ne contient aucune composante périodique décelable dans les mesures.

Ce qui prouve que la décomposition en fraction rationnelle de $S(p)$ ne comporte que des termes de la forme

$$\frac{b}{ap+1} \text{ et } \frac{c}{p}$$

D'où les deux conclusions

$$1^{\circ}) A_n = B_n \neq 0$$

2 $^{\circ}$) DH (p) ne contient que des zéros à partie réelle positive.

Un autre fait expérimental nous aidera à trouver la forme de H (p). Lorsque la fréquence w augmente, le déphasage de H (jw) dépasse 270 degrés. Donc l'ordre du dénominateur DH(p) est au moins supérieur au numérateur NH(p) de 4.

Ces trois conclusions imposent que H (p) est, dans le cas des ordres les plus bas au numérateur et au dénominateur, de la forme

$$\frac{ap + 1}{bp^5 + cp^4 + dp^2 + ap + 1}$$

Des formes ayant des ordres plus élevés au numérateur et au dénominateur, et respectant les trois conditions ci-dessus peuvent aussi convenir, mais on a évidemment intérêt à trouver une forme aussi simple que possible

Résultats

Nous avons recherché une image mathématique satisfaisante de H (p) dans le domaine de fréquence de $w = \frac{1}{95,5}$ à

$w = \frac{1}{19,1}$, pour lequel nous avons décomposé en intégrale de Fourier la fonction S (t)

On détermine, par des méthodes graphiques, que H (p) dans ce domaine peut être représenté par la fonction suivante :

$$H'(p) = \frac{125 p + 1}{(25p+1)^5}$$

Nous avons tracé sur la courbe 64, la fonction $f'(t)$ de transformée $\frac{1}{p^2} (1 - H'(p))$

On peut ainsi vérifier que f (t) et f'(t) sont pratiquement identiques et nous prendrons pour la suite des calculs $H(p) = H'(p)$.

La fonction de transfert totale du système est donc :

$$\frac{125 p + 1}{K (7200p+1) (25 p + 1)^5} = F(p)$$

La définition de K a été donnée en 10.2

0.3. FONCTION DE TRANSFERT ECHANTILLONNEE EN BOUCLE OUVERTE DE LA REGULATION NUMERIQUE EXPERIMENTALE

0.3.1. FONCTION DE TRANSFERT ECHANTILLONNEE DE L'ENSEMBLE CONVERTISSEUR NUMERIQUE ANALOGIQUE-SYSTEME A REGLER

$$\text{Posons } F(p) = \frac{125p+1}{K(7200p+1)(25p+1)^5} = \frac{5 \Lambda p + 1}{K(Bp+1)(Ap+1)^5}$$

$$\text{Avec } \Lambda = 25 \quad B = 7200$$

$$\text{La fonction de transfert du CNA est } E(p) = \frac{1-e^{-pT}}{p}$$

avec T = temps de calcul du régulateur numérique, et, également temps séparant deux transferts l'information.

La fonction de transfert de l'ensemble est :

$$\frac{(5 \Lambda p + 1) (1 - e^{-pT})}{Kp (Bp+1) (\Lambda p + 1)^5} = E(p) F(p) \quad (15)$$

Comme il a déjà été indiqué plus haut, pour les fréquences qui donnent à Λp une valeur non négligeable devant 1, Bp est très grand devant 1 ; (15) devient donc

$$\frac{(5 \Lambda p + 1) (1 - e^{-pT})}{KBp^2 (\Lambda p + 1)^5}$$

La décomposition en fraction rationnelle de :

$$\frac{5 \Lambda p + 1}{KBp^2 (\Lambda p + 1)^5} \quad \text{donne}$$

$$\frac{5 \Lambda p + 1}{KBp^2 (\Lambda p + 1)^5} = \frac{1}{KB} \left[\frac{1}{p^2} - \frac{4\Lambda^2}{(\Lambda p + 1)^5} - \frac{3\Lambda^2}{(\Lambda p + 1)^4} - \frac{2\Lambda^2}{(\Lambda p + 1)^3} - \frac{\Lambda^2}{(\Lambda p + 1)^2} \right] \quad (16)$$

La transformée en Z de (16) est la somme des transformées en Z de chacun de ses composants.

Nous désignons par $\mathfrak{Z}(L(p))$ la transformée en Z d'une fonction ayant pour transformée de Laplace $L(p)$

$$\mathfrak{Z}\left(\frac{1}{p^2}\right) = \frac{T Z^{-1}}{(1-Z^{-1})^2}$$

$$3 \frac{\left(\frac{1}{Ap+1}\right)^n}{n} = \frac{(-1)^{n-1}}{(n-1)!} \int_0^{n-1} \frac{1}{a^{n-1}} \frac{1}{1-e^{-aT} Z^{-1}} \text{ avec } a = \frac{1}{A}$$

ce qui donne :

$$3 \left(\frac{1}{Ap+1}\right)^2 = \frac{1}{A^2} \frac{T e^{-aT} Z^{-1}}{(1-e^{-aT} Z^{-1})^2}$$

$$3 \left(\frac{1}{Ap+1}\right)^3 = \frac{1}{A^3} \frac{T^2 e^{-aT} Z^{-1} (1+e^{-aT} Z^{-1})}{2 (1-e^{-aT} Z^{-1})^3}$$

$$3 \left(\frac{1}{Ap+1}\right)^4 = \frac{T^3}{6A^4} \left[\frac{e^{-aT} Z^{-1} (1+2e^{-aT} Z^{-1})}{(1-e^{-aT} Z^{-1})^3} + \frac{3e^{-2aT} Z^{-2} (1+e^{-aT} Z^{-1})}{(1-e^{-aT} Z^{-1})^4} \right]$$

$$3 \left(\frac{1}{Ap+1}\right)^5 = \frac{T^4}{24A^5} \left[\frac{e^{-aT} Z^{-1} (1+2e^{-aT} Z^{-1}) + 2e^{-aT} Z^{-2} (2+e^{-aT} Z^{-1})}{(1-e^{-aT} Z^{-1})^4} + \frac{6e^{-2aT} (1+e^{-aT} Z^{-1}) + 3e^{-3aT} Z^{-3} (3+e^{-aT} Z^{-1})}{(1-e^{-aT} Z^{-1})^5} \right]$$

Les vérifications expérimentales ont été faites avec $T \gg 60 \text{ sec.}$

$$e^{-aT} \ll e^{-\frac{60}{25}} \text{ d'où } e^{-aT} \ll 0,09072$$

$$\text{On aura donc : } e^{-2aT} \ll (0,09)^2$$

Les termes en e^{-2aT} sont négligeables dans les expressions ci-dessus.

Tenu compte de cette approximation et en remplaçant dans (16) les différents termes par leurs transformées en Z, on obtient :

$$3 \frac{(5Ap+1)}{Bp^2(Ap+1)^5} = \frac{Z^{-1}T}{B} \left[\frac{1}{(1-Z^{-1})^2} - e^{-\frac{T}{A}} \frac{(8,58+28,54e^{-\frac{T}{A}} Z^{-1})}{(1-e^{-\frac{T}{A}} Z^{-1})^5} \right]$$

d'où :

$$3 \frac{(5Ap+1)(1-e^{-pT})}{KBp^2(Ap+1)^5} = \frac{Z^{-1}T(1-Z^{-1})}{KB} \left[\frac{1}{(1-Z^{-1})^2} - e^{-\frac{T}{A}} \frac{(8,58+28,54e^{-\frac{T}{A}} Z^{-1})}{(1-e^{-\frac{T}{A}} Z^{-1})^5} \right]$$

(17)

10.3.2. FONCTION DE TRANSFERT ECHANTILLONNEE EN BOUCLE OUVERTE

Nous avons vu au paragraphe 8.3, par la relation 12| que la fonction de transfert échantillonnée a pour expression, en boucle ouverte $N(Z) G(Z)$

ou $N(Z)$ fonction de transfert échantillonnée du régulateur numérique et $G(Z)$ f de t échantillonnée, de $E(p)$ $F(p)$, c'est-à-dire (17)

Dans la vérification expérimentale, le régulateur ne comportait qu'une action proportionnelle, d'où $N(Z) =$

$g Z^{-1}$
d'où $N(Z) G(Z) =$

$$\frac{g Z^{-2} T(1-Z^{-1})}{KB} \left[\frac{1}{(1-Z^{-1})^2} - e^{-\frac{T}{A}} \frac{(8,58 + 28,54 e^{-\frac{T}{A}} Z^{-1})}{1 - e^{-\frac{T}{A}} Z^{-1}} \right]$$

avec

$B = 7200$ secondes $A = 25$ secondes
 T Période d'échantillonnage

10.3.3. VERIFICATION AVEC $T = 60$ secondes

La construction graphique du lieu de transfert point par point montre que le déphasage arrière de 180 degrés est atteint pour $w = \frac{1}{81,5}$

On a alors :

Module du nombre complexe

$$\frac{1}{(1-Z^{-1})^2} - e^{-\frac{T}{A}} \left[\frac{8,58 + 28,54 e^{-\frac{T}{A}} Z^{-1}}{(1 - e^{-\frac{T}{A}} Z^{-1})^5} \right] = 2,79$$

Module de $1-Z^{-1} = 0,733$

D'où module de $N(Z) G(Z)$

$$= g \frac{60 \times 0,733 \times 2,79}{7200 \times K} = \frac{g \times 1,7 \times 10^{-2}}{K}$$

L'instabilité sera obtenue lorsque; module de $N(Z) G(Z) = 1$

On peut donc donner à g/k la valeur $\frac{1}{1,7 \times 10^{-2}} = 59$

$$\underline{\underline{\text{d'où } g = 1740}}$$

Expérience :

L'instabilité est obtenue lorsque le réglage du régulateur est tel que pour une variation de température de $0,35^\circ$ à son entrée, la puissance de sortie varie de 650 watts

$$\text{D'où } g_{\text{expérimental}} = \frac{650}{0,35} = \underline{\underline{1860}}$$

L'écart entre la valeur calculée et la valeur trouvée est inférieure à 10 %, ce qui, du point de vue servomécanisme vérifie parfaitement les hypothèses formulées.

10.3.4. VERIFICATION AVEC $T = 240$ secondes

Le déphasage arrière du lieu de transfert échantillonnée atteint 180° pour $w = \frac{1}{217}$

On trouve alors

$$\text{Module de } N(Z) G(Z) = \frac{g \times 3,18 \times 10^{-2}}{K}$$

$$\text{Ce qui permet un gain } g \text{ de } \frac{1 \times K}{3,18 \times 10^{-2}} = 930$$

pour rencontrer l'instabilité.

Expérience

L'instabilité est obtenue pour un réglage du gain tel que pour une variation de température de $0,55^\circ$, la puissance varie de 630 watts.

$$\text{D'où } g_{\text{expérimental}} = \frac{630}{0,55} = 1140$$

L'écart "calcul expérience", est de l'ordre de 20 %.

Bien que moins satisfaisante que la précédente, cette expérience vérifie cependant également la validité des hypothèses faites.

10.4. CONCLUSION

L'expérience montre, tenu compte de l'imprécision rencontrée dans les mesures de servo-mécanismes que les hypothèses faites, quant à l'application de l'échantillonnage à la régulation numérique sont valables.

EN GUISE DE CONCLUSION.-

A l'issue de cette étude le moment est venu de vérifier si le régulateur numérique a rempli les espérances que l'on portait sur lui, et si l'optimisme qui a accompagné sa conception a survécu à son achèvement.

"Achèvement" tient d'ailleurs de l'euphémisme, car au désespoir de son auteur, l'appareil réalisé est loin d'être ce qu'on avait souhaité qu'il fut ; à savoir :

- un appareil industriel, robuste, insensible aux intempéries aux injures de la tension d'alimentation et de la température dans lequel un quelconque élément pouvait être remplacé sans précautions par un élément de la même famille.

En réalité, notre prototype réclame une tension d'alimentation précise et une température clémente.

Nous avons passé sous silence pour ne pas alourdir un texte déjà indigeste les difficultés pratiques rencontrées, mais il faut concéder qu'une grande partie du temps consacré à cette étude a été absorbée par la mise au point technologique, pour ne pas dire par le "dépannage" de l'appareil.

L'abondance des incidents technologiques, nous a convaincu que dans certains domaines, la conception du calculateur était mauvaise et qu'il faudrait repartir dans une autre direction.

Il faudrait sans aucun doute, de nombreux mois d'étude pour en faire une machine industrielle.

Ces considérations pessimistes et désabusées étant faites que reste t-il à l'actif du régulateur.

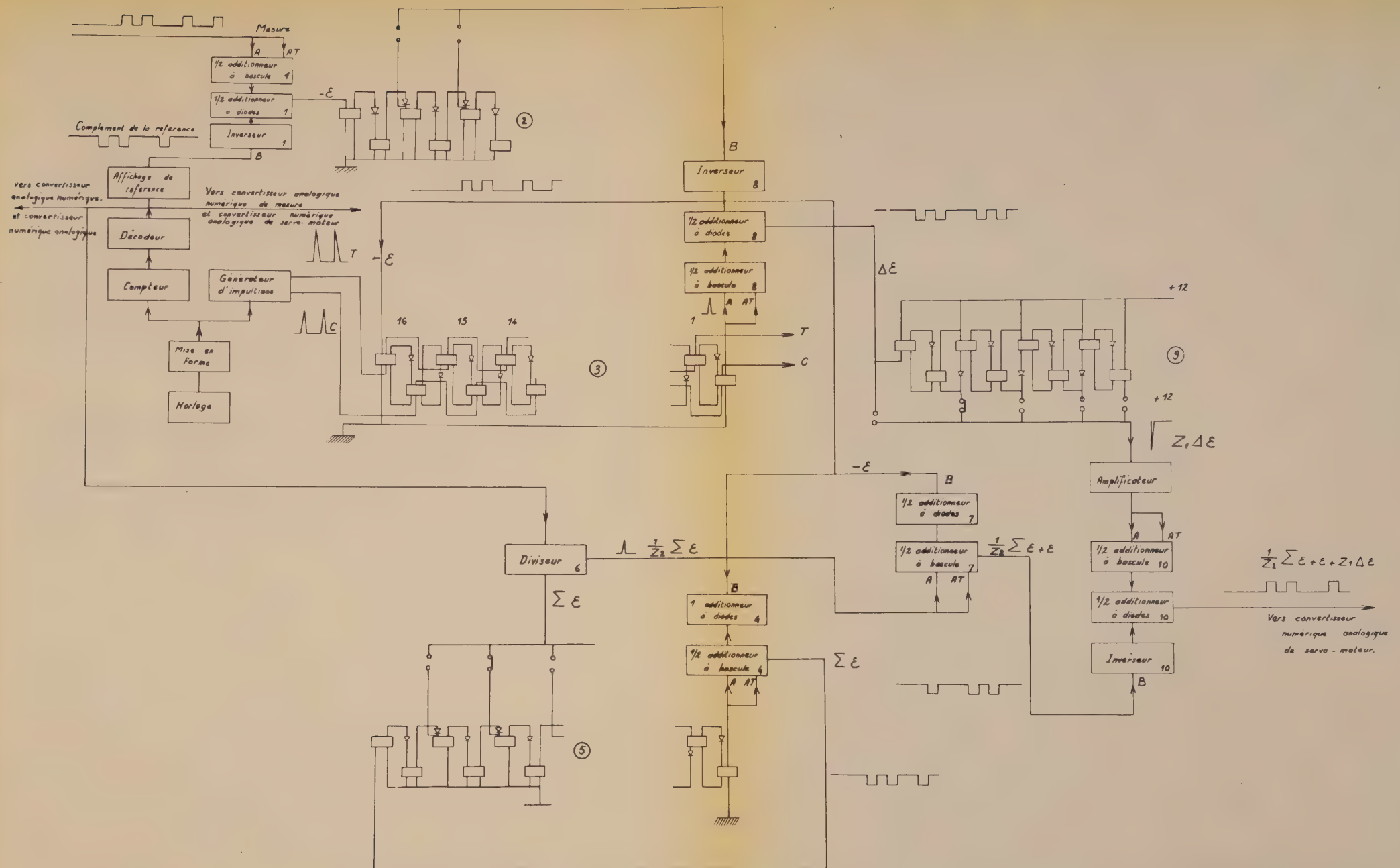
Il a permis de vérifier la validité de son principe.

Que d'autre part, il pouvait transmettre et traiter l'information avec une précision bien supérieure aux régulateurs analogiques, et qu'enfin, il était capable de faire aussi

bien, du point de vue des performances, que ces régulateurs.

Nous pensons qu'avec l'avènement de nouvelles technologies telles que la microminiaturisation, les circuits fonctionnels monoblocs à base de semi conducteurs doivent permettre d'obtenir une fiabilité satisfaisante du point de vue industriel et supérieure aux systèmes analogiques.

Lyon, le 2/11/64



REGULATEUR NUMERIQUE

N°	DATE
REVISÉ PAR	DATE
MODIFICATIONS	

B I B L I O G R A P H I E

=====

OUVRAGES

SERVO-MECANISMES.-

- W.R. AHRENDT - "La pratique des servomécanismes" (BERANGER)
V. BROIDA - "Automatisme, Régulation automatique" (DUNOD)
P. CAMPBELL - "Dynamique des processus industriels" (DUNOD)
RAGAZZINI FRANKLIN - "Systèmes asservis échantillonnés" (DUNOD)
GILLES PELLEGRIN DECAULNE - "Théorie et technique des asservis-
sements" (DUNOD)

TECHNIQUES NUMERIQUES.-

- RICHARDS - "Calculateurs numériques" (DUNOD)
PELLEGRIN - "Machines à calculer électroniques (DUNOD)
SOUBIES CAMY - "Techniques binaires (DUNOD)

DEUXIEME THESE

Propositions données par la Faculté

Problèmes particuliers posés par l'utilisation des thyratrons solides

Vu :

Les membres du Jury,

MM. MESNARD
ASCH
CLERGUE

Vu et approuvé :

Le Doyen de la Faculté des Sciences,
J. BRACONNIER

Vu et accordé le permis d'imprimer :

Lyon, le 18 Mars 1965

Le Recteur,

Président du Conseil de l'Université,

P. LOUIS

